



# Forecasting Volatility Using a Combined HAR Model with Long Memory and Markov Switching: Evidence from Equity ETF in Tehran Stock Exchange

Meysam Kaviani<sup>a,\*</sup> , Seyed Fakhreddin Fakhrehosseini<sup>b</sup> , and Saëid Haj Hidari<sup>c</sup> 

a. Department of Financial Management, Faculty of Management, Economic, and Accounting, Ka.C., Islamic Azad University, Karaj, Iran.

\* Corresponding author.

Article Info	Abstract
<p><b>Article Type:</b> Research Article</p> <p>Article History: <b>Received:</b> 13 Aug. 2025 <b>Revised:</b> 24 April 2026 <b>Accepted:</b> 02 June 2026 <b>Published:</b> 28 June 2026</p> <p><b>Keywords:</b> <i>HAR,</i> <i>long memory,</i> <i>Markov switching,</i> <i>volatility.</i></p> <p><b>JEL Classification:</b> <i>C22, C58, G17.</i></p>	<p>This study investigates the performance of five equity exchange-traded funds (ETFs) listed on the Tehran Stock Exchange in forecasting daily volatility using various models based on the Heterogeneous Autoregressive (HAR) framework. The primary objective is to assess the impact of Long Memory (LM), Markov Switching (MS), and Jump (J) components on improving model accuracy. The findings reveal that the baseline HAR model alone has limited explanatory power for volatility, while incorporating advanced components—particularly LM and MS—significantly enhances model performance in most cases. Results indicate that long memory plays a pivotal role in most funds and is the most influential factor in improving forecasts for funds with more stable volatility patterns (e.g., “Asas”), whereas the combination of LM and MS yields superior performance for funds with more variable volatility structures (e.g., “Sarv” and “Atlas”). The jump component shows a limited and fund-specific effect, contributing to improvements only in certain cases—most notably when combined with LM and MS in funds such as “Aghas” and “Karadis.” These findings highlight the importance of selecting flexible, combined models tailored to the behavioral characteristics of each fund and suggest that fund managers should focus on identifying high-risk regimes and long-term volatility patterns for enhanced risk management.</p>

**Cite to this paper:** Kaviani, M., Fakhrehosseini, S. F., & Haj Hidari, S. (2026). Forecasting Volatility Using a Combined HAR Model with Long Memory and Markov Switching: Evidence from Equity ETF in Tehran Stock Exchange. *Journal of Economic Research*, 61(2), 233-271.



©The Authors retain the copyright and full publishing rights.

**Publisher:** The University of Tehran Press.

**DOI:** <https://doi.org/10.22059/jte.2026.400631.1009028>






انتشارات دانشگاه تهران

# تحقیقات اقتصادی

شاپا الکترونیکی: ۶۱۸-۲۵۸۸

Homepage: <https://jte.ut.ac.ir>

## پیش‌بینی نوسانات در چارچوب مدل ترکیبی HAR با حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ: شواهدی از صندوق‌های سهامی قابل معامله در بورس تهران

میثم کاویانی<sup>۱\*</sup>  ID، سیدفخرالدین فخرحسینی<sup>۲</sup> ، و سعید حاج حیدری<sup>۳</sup> 

۱. گروه مدیریت مالی، دانشکده اقتصاد، مدیریت، و حسابداری، واحد کرج، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، ایران.

\* نویسنده مسئول.

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: پژوهشی	در این پژوهش، عملکرد پنج صندوق سهامی قابل معامله (ETF) در بورس تهران از منظر پیش‌بینی نوسانات روزانه با استفاده از مدل‌های مختلف مبتنی بر ساختار HAR مورد بررسی قرار گرفت. هدف اصلی، ارزیابی تأثیر مؤلفه‌های حافظه طولانی (LM)، مارکوف سوئیچینگ (MS) و پرش‌های ناگهانی (J) در بهبود دقت مدل‌ها بود. یافته‌ها نشان داد که مدل پایه HAR به‌تنهایی توانایی محدودی در توضیح نوسانات دارد و به‌کارگیری مؤلفه‌های پیشرفته‌تر، به‌ویژه LM و MS، در اغلب موارد موجب ارتقای معنادار عملکرد مدل‌ها شد. نتایج حاکی از آن است که حافظه طولانی در بیشتر صندوق‌ها نقشی کلیدی داشته و در صندوق‌هایی با نوسانات پایدارتر (مانند آساس) مؤثرترین عامل بهبود بوده است، در حالی که در صندوق‌هایی با ساختار نوسانی متغیر (مانند «سرو» و «اطلس») ترکیب LM و MS بهترین کارایی را ارائه کرده است. مؤلفه پرش، اثر محدود و وابسته به شرایط صندوق‌ها داشته و تنها در برخی موارد، به‌ویژه در ترکیب با LM و MS در صندوق‌هایی مانند آگاس و کاریس، باعث بهبود پیش‌بینی شد. این نتایج بر اهمیت انتخاب مدل‌های ترکیبی و انعطاف‌پذیر متناسب با ویژگی‌های رفتاری هر صندوق تأکید می‌کند و پیشنهاد می‌دهد که مدیران صندوق‌ها برای مدیریت ریسک، به شناسایی رژیم‌های پرریسک و الگوهای بلندمدت نوسانات توجه ویژه داشته باشند.
تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۵/۲۲	
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۲/۰۴	
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۳/۱۲	
تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۴/۰۷	
کلیدواژه‌ها: حافظه طولانی، مارکوف سوئیچینگ، نوسانات، HAR.	
طبقه‌بندی JEL: C22, C58, G17.	

**استناد به مقاله:** کاویانی، میثم، فخرحسینی، سیدفخرالدین، و حاج حیدری، سعید. (۱۴۰۵). پیش‌بینی نوسانات در چارچوب مدل ترکیبی HAR با حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ: شواهدی از صندوق‌های سهامی قابل معامله در بورس تهران. *تحقیقات اقتصادی*، ۶۱(۲)، ۲۳۳-۲۷۱.



© نویسندگان.

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.

DOI: <https://doi.org/10.22059/jte.2026.400631.1009028>

## مقدمه

نوسان در مالی به تغییرات قیمت در بازه زمانی مشخص گفته می‌شود و معمولاً با انحراف معیار سنجیده می‌شود، اما این دو مفهوم دقیقاً یکی نیستند. نوسان به دو نوع نوسان ضمنی که انتظار بازار از نوسان آتی و نوسان تحقق‌یافته که به نوسانات گذشته اشاره دارد، قابل تقسیم است (فلاح‌پور و مطهری‌نیا، ۱۳۹۶). مطابق با مطالعه اندرسن<sup>۱</sup> و همکاران (۱۹۹۸)، نوسان تحقق‌یافته<sup>۲</sup> (RV) که با استفاده از بازده‌های درون‌روزی<sup>۳</sup> محاسبه می‌شود، به‌طور گسترده‌ای به‌عنوان یک شاخص تقریبی برای نوسان‌پذیری روزانه به کار گرفته می‌شود به طوری که در سال‌های اخیر، با دسترسی گسترده‌تر به داده‌های بازارهای مالی با فرکانس بالا، مدل‌سازی نوسانات تحقق‌یافته به یکی از حوزه‌های نوآورانه و پرکاربرد در تحقیقات مالی تبدیل شده است. تولید سری‌های زمانی نوسانات تحقق‌یافته از داده‌های تراکنش‌های درون‌روزی، همراه با بهره‌گیری از تکنیک‌های پیشرفته تحلیل سری‌های زمانی، زمینه‌ساز توسعه رویکردهای جدید و مؤثری برای مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسانات روزانه شده است (کورسی<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۰۸). با نوسان تحقق‌یافته می‌توان به‌طور مستقیم مدل‌های اقتصادسنجی را برای نوسان‌پذیری ایجاد و سپس نوسان‌پذیری آتی را پیش‌بینی کرد. پیش‌بینی نوسانات برای کاربردهای سرمایه‌گذاری کمی و ارزیابی ریسک بسیار مهم است (هوانگ<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۲۴)، چنانچه مدل‌های خودرگرسیون ناهمگن<sup>۶</sup> (HAR) با الهام از فرضیه بازار ناهمگن و نحوه انتقال نامتقارن نوسانات بین افق‌های زمانی کوتاه‌مدت و بلندمدت توسعه یافته است و توانسته در مدل‌سازی و پیش‌بینی واریانس تحقق‌یافته<sup>۷</sup> عملکرد موفق‌تری از خود نشان دهد (مک‌الیر و مدیروس<sup>۸</sup>، ۲۰۰۸).

یکی از مفاهیم مورد استفاده در پیش‌بینی نوسانات، اصطلاح «پرش»<sup>۹</sup> است که به تغییرات ناگهانی و گسسته قیمت‌ها اشاره دارد و به زمان وقوع تصادفی گفته می‌شود که معمولاً با فرآیند پواسون مدل‌سازی می‌شود (تانکف<sup>۱۰</sup>، ۲۰۰۳). پرش‌ها تأثیر زیادی در پرتفوی (برانگر<sup>۱۱</sup> و همکاران،

1. Andersen

2. Realized Volatility

3. intra-day

4. Corsi

5. Huang

6. Heterogeneous Autoregressive Models

7. realized variance

8. McAleer

9. Jump

10. Tankov

11. Branger

۲۰۰۸) دارند و قابل تنوع‌سازی نیستند و ریسک آن‌ها باید در تحلیل‌ها لحاظ شود (حلاجی و همکاران، ۱۴۰۳). در مدل‌های پویایی بازده، پرس‌ها به سرعت اطلاعات جدید با ارزش را در بازده منعکس می‌کنند، اما اثر آن‌ها بر نوسانات به دلیل تأثیر بر فرایند انتشار، پایدارتر باقی می‌ماند (اودوسامی<sup>۱</sup>، ۲۰۲۱) و مدل‌های خودرگرسیون (AR) قادر به درک حافظه کوتاه‌مدت در پویایی‌های نوسان‌پذیری می‌باشند (اندرسن و همکاران، ۲۰۰۴). به طور کلی پرس‌ها در مطالعات مالی سابقه طولانی داشته و معمولاً از داده‌های روزانه استخراج می‌شوند (اندرسن و همکاران، ۲۰۰۲) و با پیشرفت فناوری رایانه، اکنون این امکان وجود دارد که داده‌های معاملاتی با فرکانس بالا، مانند قیمت‌های بسته شدن، به راحتی در دسترس قرار گیرند. این دسترسی به داده‌ها می‌تواند به تحلیل‌های دقیق‌تری در زمینه پیش‌بینی نوسانات و مدیریت ریسک کمک کند (هوانگ و همکاران، ۲۰۲۴). از طرفی دیگر برای بهبود دقت پیش‌بینی، مطالعات اخیر تلاش کرده‌اند تا مدل‌های خودرگرسیون را به گونه‌ای توسعه دهند که ویژگی‌های مهم‌تر نوسان‌پذیری را پوشش دهد. اولین توسعه در این زمینه، در نظر گرفتن حافظه طولانی<sup>۲</sup> (LM) از طریق انتگرال‌گیری کسری<sup>۳</sup> در مدل‌های خودرگرسیون است، مانند مدل ARFIMA که برای ثبت حافظه طولانی سری‌های زمانی مالی بسیار پرکاربرد است (هاسکین<sup>۴</sup>، ۱۹۸۱). نتایج شبیه‌سازی‌های اولیه نشان داده‌اند که مدل ARFIMA در پیش‌بینی سری‌های زمانی با حافظه طولانی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های ARMA دارد (براداسکای و هارویچ<sup>۵</sup>، ۱۹۹۹). با این حال، برخی نتایج تجربی نشان می‌دهند که مدل‌های خودرگرسیون می‌تواند عملکرد بهتری نسبت به فرآیندهای انتگرال‌گیری کسری در پیش‌بینی داشته باشد (وانگ<sup>۶</sup> و همکاران، ۲۰۱۳).

رفتار حافظه طولانی مشاهده‌شده در سری‌های زمانی می‌تواند واقعاً حافظه طولانی باشد (که از طریق فرآیند انتگرال‌گیری کسری توصیف می‌شود)، یا ممکن است حافظه طولانی ظاهری باشد که از ویژگی رژیم‌های تغییرپذیر در نوسان‌پذیری ناشی می‌شود. هنوز اجماع مشخصی درباره اینکه آیا می‌توان به‌طور مؤثر بین مدل ARFIMA (که حافظه طولانی را مدل‌سازی می‌کند) و

1. Odusami

2. Long memory

3. fractional differencing

4. Hosking

5. Brodsky and Hurvich

6. Wang

مدل مارکوف سوئیچینگ (MS) (که رژیم‌های تغییر را مدل می‌کند) تمایز قائل شد، وجود ندارد (شی<sup>۱</sup>، ۲۰۱۵).

به عنوان جایگزینی برای مدل ARFIMA، مدل MS-AR (مدل خودرگرسیون با تغییرات رژیم مارکوف) یک مدل توسعه‌یافته از AR با پارامترهای متغیر در زمان است. برخی نتایج تجربی نشان داده‌اند که مدل MS-AR در پیش‌بینی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های مبتنی بر ARFIMA دارد (وانگ و همکاران، ۲۰۱۳).

مدل استاندارد HAR دارای ساختاری ساده و اقتصادی از نظر انتگرال‌گیری بازده‌های تحقق‌یافته در بازه‌های روزانه، هفتگی و ماهانه است (مثلاً با تأخیرهای ۱، ۵ و ۲۲ روزه). توسعه مدل AR به HAR به طور بالقوه می‌تواند توانایی مدل را در پیش‌بینی نوسان‌پذیری بهبود بخشد. در سال‌های اخیر، توسعه مدل‌های نوع HAR با رژیم‌های سوئیچینگ (MS-HAR) در ادبیات مورد بررسی قرار گرفته است (وانگ و همکاران، ۲۰۲۲؛ علیزاده و همکاران، ۲۰۲۱؛ لیو<sup>۲</sup> و همکاران، ۲۰۱۲) که اغلب نشان داده‌اند مدل MS-HAR عملکرد بهتری نسبت به مدل HAR دارد.

با وجود توسعه گسترده مدل‌های پیش‌بینی نوسان در ادبیات مالی، شواهد تجربی نشان می‌دهد که مدل‌های متداول اغلب در توضیح رفتار پیچیده نوسانات، به‌ویژه در بازارهای نوظهور، با محدودیت مواجه‌اند. نوسانات در این بازارها معمولاً دارای ویژگی‌هایی همچون حافظه طولانی، تغییرات ساختاری و وقوع شوک‌های ناگهانی هستند که مدل‌های خطی و ایستا توان پوشش همزمان آن‌ها را ندارند (کورسی، ۲۰۰۹؛ بایلی<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۱۹). پژوهش‌های پیشین نشان داده‌اند که وجود حافظه طولانی در نوسانات تحقق‌یافته می‌تواند منجر به تداوم اثر شوک‌ها در افق‌های زمانی بلندمدت شود و در صورت نادیده‌گرفتن این ویژگی، دقت پیش‌بینی مدل‌ها به‌طور معناداری کاهش می‌یابد (اندرسن و همکاران، ۲۰۰۳؛ دایبولد و اینوی<sup>۴</sup>، ۲۰۰۱). از سوی دیگر، تغییر رژیم‌های نوسانی ناشی از تحولات ساختاری و شوک‌های اقتصادی، ضرورت استفاده از مدل‌های انعطاف‌پذیر مبتنی بر سازوکار مارکوف سوئیچینگ را برجسته می‌سازد.

در بازار سرمایه ایران، به‌ویژه در حوزه صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله (ETF)، مطالعات اندکی به پیش‌بینی نوسانات با بهره‌گیری از چارچوب‌های ترکیبی پرداخته‌اند و اغلب

1. Shi

2. Liu

3. Baillie

4. Diebold and Inoue

پژوهش‌ها به مدل‌های ساده یا نسخه‌های محدودشده HAR بسنده کرده‌اند (حلاجی و همکاران، ۱۴۰۳؛ فلاح‌پور و مطهری‌نیا، ۱۳۹۵). این خلأ پژوهشی، ضرورت به‌کارگیری رویکردهایی را آشکار می‌سازد که بتوانند به‌طور همزمان ناهمگنی افق‌های زمانی، حافظه طولانی و تغییر رژیم‌های نوسانی را در مدل‌سازی نوسانات صندوق‌های قابل معامله در نظر گیرند، چنانچه با توجه به عدم وجود مطالعات مشابه در بازار سرمایه ایران از جهت بکارگیری مدل HAR ترکیبی با حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ و اهمیت روبه‌رشد صندوق‌های سهامی ETF، این پژوهش قصد دارد بدین سوال پاسخ دهد که آیا پیش‌بینی نوسانات با ترکیب حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ در مدل HAR تا چه حدی می‌تواند تأثیرگذار باشد؟

ساختار مقاله به این صورت تنظیم شده است که در بخش دوم، مبانی نظری و پیشینه پژوهش مرتبط با مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسانات مالی مرور می‌شود. در بخش سوم، روش‌شناسی پژوهش شامل معرفی داده‌ها، نحوه محاسبه نوسان تحقق‌یافته و چارچوب کلی مدل‌سازی ارائه می‌گردد. بخش چهارم به تصریح مدل‌ها و تشریح مدل‌های مورد استفاده در پژوهش اختصاص دارد. در بخش پنجم، یافته‌های تجربی حاصل از برآورد مدل‌ها و نتایج پیش‌بینی نوسانات صندوق‌های قابل معامله تحلیل و مقایسه می‌شود. در نهایت، بخش ششم به جمع‌بندی نتایج، ارائه نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی اختصاص دارد.

### مبانی نظری و پیشینه پژوهش

ادبیات نظری پیش‌بینی نوسانات مالی نشان می‌دهد که رفتار نوسانات در بازارهای مالی، به‌ویژه در بازارهای نوظهور، از الگوهای ساده و ایستا تبعیت نمی‌کند و اغلب تحت تأثیر ویژگی‌هایی همچون حافظه طولانی، تغییرات ساختاری و رژیم‌های متفاوت نوسانی قرار دارد. هرچند مدل‌های متعددی برای مدل‌سازی نوسانات توسعه یافته‌اند، شواهد تجربی حاکی از آن است که بخش قابل توجهی از این مدل‌ها تنها بخشی از این ویژگی‌ها را پوشش می‌دهند و قادر به تبیین هم‌زمان تمام ابعاد رفتاری نوسانات نیستند (اندرسن و همکاران، ۲۰۰۳؛ کورسی، ۲۰۰۹).

از یک سو، مطالعات مبتنی بر حافظه طولانی بر تداوم اثر شوک‌ها در افق‌های زمانی بلندمدت تأکید دارند و نشان می‌دهند که نادیده‌گرفتن این ویژگی می‌تواند به کاهش معنادار دقت پیش‌بینی نوسانات منجر شود (بایلی و همکاران، ۲۰۱۹). از سوی دیگر، پژوهش‌های مرتبط با تغییر رژیم بیانگر آن‌اند که نوسانات بازار در دوره‌های مختلف، رفتارهای ناهمسانی از خود بروز می‌دهند و مدل‌های ایستا قادر به بازنمایی این ناهمگنی نیستند (دایوولد و اینوی، ۲۰۰۱). با این حال، در بسیاری از مطالعات، این دو ویژگی به‌صورت جداگانه بررسی شده‌اند و به‌ندرت

چارچوب‌هایی ارائه شده‌اند که بتوانند به‌طور هم‌زمان حافظه طولانی و تغییر رژیم‌های نوسانی را در مدل‌سازی نوسانات لحاظ کنند. این خلأ به‌ویژه در مطالعات مرتبط با صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله در بازار سرمایه ایران مشهودتر است و ضرورت توسعه و به‌کارگیری مدل‌های ترکیبی و جامع را برجسته می‌سازد.

در سال‌های اخیر مطالعات داخلی متعددی به بررسی نوسانات بازار سرمایه ایران با تمرکز بر حافظه طولانی، تغییر رژیم و اثرپذیری از متغیرهای اقتصاد کلان پرداخته‌اند. برای مثال، محمدی و همکاران (۱۴۰۰) نشان دادند که شاخص کل قیمت سهام در بورس تهران دارای حافظه طولانی بوده و این ویژگی منجر به ماندگاری اثر شوک‌های وارد شده بر بازار در بازه‌های زمانی طولانی مدت می‌شود. همچنین، یافته‌های آنان بیانگر وجود ساختار فرکتالی در رفتار قیمت‌هاست که نشان از وجود خودمشابهی و پیچیدگی در روند حرکت شاخص دارد.

در مطالعه‌ای دیگر، هوشمندی و همکاران (۱۴۰۱) با استفاده از مدل برداری خودتوضیح مارکوف سوئیچینگ (MS-VAR) به بررسی مکانیزم انتقال اثر بحران ارزی بر شاخص بورس پرداختند. نتایج آنان نشان داد که در رژیم نوسانی اول (با نوسانات بالا)، نرخ ارز اثر علی مثبت بر شاخص سهام شرکت‌های حوزه فرآورده‌های نفتی دارد؛ اما اثر معکوس مشاهده نشده است. همچنین، احتمال پایداری در رژیم دوم (رژیم با نوسانات پایین) بیشتر گزارش شد که به ثبات نسبی ساختار بازار در شرایط عادی اشاره دارد. سروستانی (۱۴۰۰) حافظه طولانی در شاخص صنعت بانکی بورس تهران را با درجه انتگرال کسری  $0/48$  تأیید کرده و عملکرد مدل ARFIMA را نسبت به مدل سنتی ARIMA در پیش‌بینی بهتر معرفی کرده است. این مطالعه به‌خوبی بیانگر توان مدل‌های حافظه طولانی در تحلیل دقیق‌تر سری‌های زمانی مالی است. محمودی و همکاران (۱۳۹۷) در بررسی تطبیقی مدل‌های حافظه کوتاه‌مدت، حافظه طولانی، مارکوف سوئیچینگ و گارچ‌های تعمیم‌یافته برای پیش‌بینی نوسانات قیمت نفت خام اوپک، دریافتند که مدل MS-GARCH با دو رژیم عملکرد بهتری در افق‌های زمانی کوتاه‌مدت (۵ و ۱۰ روزه) دارد، در حالی که مدل FIEGARCH با حافظه طولانی در افق‌های بلندمدت‌تر (۱۰ و ۲۰ روزه) برتری نسبی دارد. حلاجی و همکاران (۱۴۰۳) به بررسی دقت مدل‌های مختلف نوسان‌سنجی، مدل‌های پرش نوسان تحقق‌یافته (HAR، HAR-J، HARQ، HARQ-J)، پرداختند. یافته‌ها نشان داد مدل HARQ-J با استفاده از مولفه پرش و تابع وزنی، بهترین عملکرد را در پیش‌بینی نوسانات صندوق‌های سهامی داشت. همچنین مدل‌های دارای جزء پرش، نسبت به مدل‌های ساده‌تر، عملکرد بهتری در پیش‌بینی نوسانات ارائه دادند. این مطالعه نشان می‌دهد افزودن اطلاعات پرش به مدل‌های سری زمانی می‌تواند دقت پیش‌بینی را در بازار سرمایه ایران افزایش دهد.

در سطح بین‌المللی، پژوهشگران نیز به‌طور گسترده به بررسی نقش حافظه طولانی، تغییر رژیم و مدل‌های ترکیبی در بهبود پیش‌بینی نوسانات پرداخته‌اند. هوانگ و همکاران (۲۰۲۴) با توسعه مدلی تحت عنوان MS-LM-HAR که حافظه طولانی و فرآیند مارکوف سوئیچینگ را در چارچوب مدل HAR ترکیب می‌کند، به بهبود قابل‌توجهی در پیش‌بینی نوسانات تحقق‌یافته بازار سهام دست یافتند. ارزیابی مدل‌ها با استفاده از تابع زیان و آزمون مجموعه اطمینان مدل (MCS) نیز برتری واضح این مدل را نسبت به پانزده مدل دیگر تأیید کرد. جیاو<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۲۴) نیز در پژوهشی مرتبط، مدلی تحت عنوان HAR-DJI-GARCH را برای پیش‌بینی نوسانات بازار آتی نفت خام چین معرفی کردند. آن‌ها با استفاده از چارچوب MS-GARCH توانستند پرش‌های ناگهانی نوسانات و تغییرات رژیمی را به‌دقت مدل‌سازی کنند. نتایج نشان دادند که در نظر گرفتن مؤلفه‌های پرشی نوسانات (VOV) همراه با سازوکار مارکوف، دقت پیش‌بینی مدل را به‌طور معناداری افزایش داده است. پاتلاسوف<sup>۲</sup> (۲۰۲۵) در پژوهشی با عنوان رویکردهای ترکیبی برای پیش‌بینی نوسان تحقق‌یافته ETF یادگیری عمیق و قضیه بازیابی، از مدل‌های یادگیری عمیق شامل LSTM، GRU، BiLSTM، BiGRU و N-BEATS برای پیش‌بینی نوسان تحقق‌یافته صندوق‌های SPY و QQQ استفاده کرده است. همچنین از متغیرهای استخراج‌شده از قضیه بازیابی‌عنوان داده‌های برون‌زا بهره برد. نتایج نشان داد مدل‌های ترکیبی مبتنی بر یادگیری عمیق همراه با تابع زیان کوانتالی  $\log\text{-cosh}$  عملکردی برتر نسبت به مدل کلاسیک HAR-RV دارند. این پژوهش بیانگر توان بالای مدل‌های عمیق در پیش‌بینی دقیق‌تر نوسانات بازار است. وانگ<sup>۳</sup> (۲۰۲۵) در مطالعه‌ای با استفاده از داده‌های پرتاب مربوط به ETF شاخص S&P ۵۰۰ (نماد SPY)، ابتدا شاخص‌هایی برای نوسان نقطه‌ای تعریف شد و سپس مدل‌های مختلف پیش‌بینی با استفاده از داده‌های دقیق درون‌روزی مورد آزمون قرار گرفتند. نتایج نشان می‌دهد مدل‌های مبتنی بر داده‌های فرکانس بالا قابلیت مناسبی برای پیش‌بینی نوسانات لحظه‌ای دارند.

بررسی پیشینه پژوهش داخلی و خارجی نشان می‌دهد که بهره‌گیری از مدل‌های ترکیبی که حافظه طولانی و تغییر رژیم را در نظر می‌گیرند، ابزاری مؤثر برای مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسانات مالی هستند. در بسیاری از موارد، این مدل‌ها توانسته‌اند نسبت به مدل‌های سنتی، دقت پیش‌بینی بالاتری داشته و رفتارهای پیچیده، غیرخطی و متغیر بازار را بهتر شناسایی کنند.

<sup>1</sup>. Qiao

<sup>2</sup>. Patlasov

<sup>3</sup>. Wang

با توجه به اهمیت صندوق‌های قابل معامله (ETFها) در بازار سرمایه ایران و ساختار پویای آن‌ها، استفاده از مدل ترکیبی HAR با حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ می‌تواند ابزاری قدرتمند در تحلیل رفتار نوسانی این صندوق‌ها باشد. پژوهش حاضر نیز در همین راستا، به دنبال توسعه مدل مناسب برای پیش‌بینی نوسانات این ابزارهای مالی در بورس تهران است.

## روشن‌شناسی و مدل پژوهش

هدف اصلی این پژوهش، پیش‌بینی نوسانات تحقق‌یافته صندوق‌های قابل معامله در بورس تهران با بهره‌گیری از مدل ترکیبی HAR دارای حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ است که هوانگ و همکاران (۲۰۲۴) با هدف بهبود دقت پیش‌بینی نوسان‌پذیری بازارهای مالی، مدلی ترکیبی با عنوان MS-LM-HAR ارائه دادند که همزمان ویژگی‌های حافظه کوتاه‌مدت، حافظه طولانی، ناهمگنی و رژیم‌های مارکوف سوئیچینگ را در چارچوب مدل HAR لحاظ می‌کند. آن‌ها با بهره‌گیری از داده‌های نوسان‌پذیری تحقق‌یافته روزانه شاخص S&P۵۰۰ و مقایسه این مدل با پانزده مدل دیگر، نشان دادند که مدل پیشنهادی از نظر دقت پیش‌بینی برون‌نمونه عملکرد بهتری دارد. نتایج تجربی آن‌ها تأکید می‌کند که ترکیب حافظه طولانی و رژیم‌های تغییرپذیر در مدل‌های نوع HAR به‌طور معناداری موجب بهبود پیش‌بینی نوسان‌پذیری می‌شود، در حالی که افزودن مؤلفه پرش تأثیر معناداری بر افزایش دقت پیش‌بینی ندارد. این پژوهش گامی مهم در جهت توسعه مدل‌های پیش‌بینی نوسان‌پذیری در بازارهای مالی محسوب می‌شود. هرچند مدل نوع HAR تا حدی حافظه طولانی را در نظر می‌گیرد، اما برای پوشش کامل حافظه طولانی کافی نیست. حضور یک پارامتر حافظه طولانی علاوه بر مدل HAR اغلب اهمیت دارد (بایلی<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۱۹). بدین منظور، پژوهش حاضر در زمره مطالعات کاربردی-تحلیلی قرار می‌گیرد که با رویکرد کمی و داده‌محور اجرا شده است.

جامعه آماری این تحقیق شامل کلیه صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله سهامی فعال در بورس تهران است. با توجه به معیارهای کفایت داده، تداوم فعالیت، و حجم معاملات، پنج صندوق با نمادهای آگاس، کاریس، اطلس، سرو و اساس به‌عنوان نمونه انتخاب شدند. داده‌های قیمتی این صندوق‌ها به‌صورت ۱۵ دقیقه‌ای از اولین روز معاملات هر نماد تا پایان سال ۱۴۰۴ جمع‌آوری گردید. به‌منظور محاسبه نوسانات تحقق‌یافته، از مجموع مربعات بازده‌های ۱۵ دقیقه‌ای با استفاده از تعریف بازده لگاریتمی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r_t = \log(P_t/P_{t-1})$$

<sup>1</sup>. Baillie

که در این فرمول،  $P_t$  قیمت پایانی در روز  $t$  است و  $\log(\cdot)$  تابع لگاریتم است. نوسان تحقق یافته روزانه صندوق‌ها که در این پژوهش استفاده شده، به عنوان شاخص نوسان روزانه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$RV_t = \sum_{j=1}^M r_{t,j}^2$$

که در آن  $r_{t,j}$ ،  $j$  امین بازده پایانی است و  $M$  نشان‌دهنده تعداد بازده پایانی ۱۵ دقیقه‌ای در روز  $t$  است.

لازم به ذکر است که به‌منظور تضمین کیفیت داده‌های پرتکرار مورد استفاده در این پژوهش، مجموعه‌ای از مراحل پیش‌پردازش و کنترل کیفیت بر روی داده‌های ۱۵ دقیقه‌ای اعمال شد. بازده‌های درون‌روزی بر اساس قیمت پایانی هر بازه ۱۵ دقیقه‌ای محاسبه شدند؛ بدین معنا که آخرین قیمت معامله شده در هر بازه به‌عنوان قیمت نماینده آن بازه در نظر گرفته شد، همان‌گونه که پیش‌تر نیز در مقاله به آن اشاره شده است. بازه‌های زمانی فاقد معامله که عمدتاً ناشی از وقفه یا توقف معاملاتی بودند شناسایی شده و برای حفظ پیوستگی سری‌های زمانی، بازده آن‌ها صفر لحاظ گردید. همچنین، روزهایی که به دلیل توقف طولانی نماد، تعداد بازه‌های فعال آن‌ها به‌طور معناداری کمتر از حد معمول بود از نمونه حذف شدند تا محاسبه نوسان تحقق‌یافته دچار اریب نشود. افزون بر این، بازده‌های درون‌روزی بسیار بزرگ و غیرعادی که می‌توانستند ناشی از خطای ثبت داده یا معاملات پرت باشند شناسایی و حذف شدند. در نهایت، کلیه داده‌ها به شبکه زمانی یکنواخت ۱۵ دقیقه‌ای نگاشت شدند تا یکنواختی فرکانس و قابلیت مقایسه نوسانات روزانه حفظ شود.

سپس، مدل HAR به‌عنوان چارچوب پایه مدل‌سازی نوسانات در نظر گرفته شده و جهت افزایش دقت پیش‌بینی، اجزای حافظه طولانی و سوئیچینگ بین رژیم‌های نوسان کم و زیاد به آن افزوده شد. کلیه مراحل پردازش داده، برازش مدل‌ها و تحلیل نتایج در محیط نرم‌افزار R و با استفاده از بسته‌های تخصصی سری‌های زمانی و مدل‌سازی مالی انجام شده است. این ترکیب مدلی، امکان شناسایی پویایی‌های پیچیده نوسانات و درک بهتر ساختار درونی بازار ETF‌های سهامی را فراهم می‌سازد.

با توجه به آن‌که هدف اصلی این پژوهش پیش‌بینی نوسانات تحقق‌یافته صندوق‌های قابل معامله است، ارزیابی عملکرد مدل‌ها بر مبنای شواهد برون‌نمونه انجام شده است. بدین منظور، داده‌های هر صندوق به دو بخش درون‌نمونه و برون‌نمونه تقسیم شدند. بخش درون‌نمونه برای برآورد پارامترهای مدل‌های مختلف مبتنی بر ساختار HAR شامل HAR، LM-HAR، MS-

HAR و MS-LM-HAR (و نسخه‌های دارای مؤلفه پرش) مورد استفاده قرار گرفت و بخش برون نمونه صرفاً به ارزیابی دقت پیش‌بینی اختصاص یافت. پیش‌بینی‌ها در چارچوب یک رویه بازگشتی با پنجره گسترشی انجام شد؛ به‌گونه‌ای که در هر گام زمانی، مدل با استفاده از تمامی اطلاعات در دسترس تا زمان  $t$  برآورد شده و سپس نوسانات تحقق‌یافته برای افق‌های پیش‌بینی روزانه، ۵ روزه و ۲۲ روزه محاسبه گردید. این افق‌ها به‌ترتیب نمایانگر پیش‌بینی کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت بوده و با ساختار ذاتی مدل HAR و انتقال ناهمگن نوسانات بین بازه‌های زمانی مختلف سازگار هستند. به‌منظور مقایسه عملکرد پیش‌بینی مدل‌ها نیز معیارهای خطای پیش‌بینی برون نمونه شامل میانگین مربعات خطا (MSE) و میانگین قدرمطلق خطا (MAE) محاسبه و گزارش شد.

همچنین در این پژوهش، مدل‌های مارکوف سوئیچینگ با دو رژیم نوسانی (نوسان پایین و نوسان بالا) برآورد شده‌اند. انتخاب دو رژیم، بر مبنای ملاحظات تجربی و اقتصادی انجام شده است. از یک‌سو، نتایج مطالعات پیشین نشان می‌دهد که تفکیک بازارهای مالی به دو وضعیت کلی آرام و پرتنش، توصیف مناسبی از رفتار نوسانات فراهم می‌کند و در اغلب موارد افزودن رژیم‌های بیشتر منجر به بهبود معنادار دقت پیش‌بینی نمی‌شود. از سوی دیگر، برآورد مدل‌های با بیش از دو رژیم، به‌ویژه در نمونه‌های محدود، با مشکلات همگرایی و ناپایداری پارامترها همراه است. بر این اساس، ساختار دو رژیمی به‌عنوان انتخابی پارسیمون و سازگار با هدف پیش‌بینی در نظر گرفته شد.

## مدل اصلی HAR

با توجه به توسعه سریع فناوری کامپیوتر، داده‌های با فرکانس بالای درون‌روزی در دسترس قرار گرفته‌اند که امکان سنجش نوسان روزانه را با استفاده از چندین شاخص نوسان تحقق‌یافته را می‌دهد. این شاخص‌ها عبارت‌اند از واریانس تحقق‌یافته، انحراف توان دویی تحقق‌یافته<sup>۱</sup> (باندروف – نیلسن و شپارد<sup>۲</sup>، ۲۰۰۴)، نوسان مبتنی بر دامنه تحقق‌یافته، نوسان مبتنی بر میانه<sup>۳</sup> (اندرسن و همکاران، ۱۹۹۸). واریانس تحقق‌یافته را می‌توان برای اندازه‌گیری نوسان در یک دوره زمانی مشخص با استفاده از داده‌های معاملاتی با فرکانس بالا به کار برد. به‌طور خاص، برای محاسبه نوسان روزانه تحقق‌یافته، بازده‌های درون‌روزی به توان ۲ می‌رسند و سپس با هم جمع می‌شوند.

<sup>1</sup>. realized bi-power variation

<sup>2</sup>. Barndorff-Nielsen and Shephard

<sup>3</sup>. median-based volatility

$$RV_t = \sum_{j=1}^M r_{t,j}^{\Delta} \quad (1)$$

که در این فرمول  $RV_t$  بیانگر واریانس تحقق‌یافته در روز  $t$  است؛  $r_{t,j} = p_{t,j} - p_{t,j-1}$  به معنای بازده درون‌روزی  $J$  ام براساس قیمت‌های لگاریتمی (یا مقیاس لگاریتمی قیمت) در روز  $t$  ام است؛  $M = \left\lceil \frac{1}{\Delta} \right\rceil$  در واقع جزء صحیح  $\frac{1}{\Delta}$  است،  $\Delta$  فرکانس نمونه‌گیری را نشان می‌دهد. کورسی<sup>۱</sup> (۲۰۰۹) براساس فرضیه بازار ناهمگن<sup>۲</sup> (HMH)، مدل خودرگرسیون ناهمگن را برای مدل‌سازی نوسان تحقق‌یافته معرفی کرد که به مدل HAR معروف است. مشخصات مدل HAR عبارتند از:

$$RV_{t+h} = \phi_0 + \phi_D RV_t + \phi_W \overline{RV_t^W} + \phi_M \overline{RV_t^M} + \varepsilon_{t+h} \quad (2)$$

که در این فرمول،  $RV_{t+h}$  نشان‌دهنده سری زمانی  $RV$  در روز  $t+h$  است.  $RV_t$  نشان‌دهنده مقدار تاریخی  $RV$  روزانه گذشته در روز  $t$  است.  $\overline{RV_t^M} = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 RV_{t-i}$  نشان‌دهنده میانگین سری‌های  $RV$  هفتگی گذشته بین روز  $t-4$  و  $t$  است.  $\overline{RV_t^W} = \frac{1}{22} \sum_{i=0}^{21} RV_{t-i}$  نشان‌دهنده میانگین سری‌های  $RV$  ماهانه گذشته بین روز  $t-21$  تا  $t$  است.  $\varepsilon_{t+h}$ ، یک جمله اخلاص است.  $h=1, 5$  و  $22$  به ترتیب مربوط به نوسانات جمعی ۱ روز، ۵ روز و ۲۲ روز هستند. وقتی جمله  $RV$  هفتگی و جمله  $RV$  ماهانه از مدل HAR حذف می‌شوند، مدل HAR به مدل AR با مرتبه وقفه  $h$  ساده می‌شود، به این صورت که:

$$RV_{t+h} = \mu + \phi_D RV_t + \varepsilon_{t+h} \quad (3)$$

با اضافه شدن مؤلفه پرش به مدل HAR رابطه ۴ بدست می‌آید:

$$RV_{t+h} = \mu + \phi_D RV_t + \phi_J J_{D,t} + \varepsilon_{t+h} \quad (4)$$

که در آن  $J_{D,t}$  مؤلفه پرش روزانه‌ی نوسان تحقق‌یافته در روز  $t$  است. این مؤلفه به این صورت محاسبه می‌شود:

$$J_{D,t} = RV_t - BPV_t \quad (5)$$

که  $RV_t$  واریانس تحقق‌یافته در روز  $t$  و  $BPV_t$  انحراف توان دویی در روز  $t$  است.  $BPV_t$  با استفاده از شاخص تحقق‌یافته زیر برآورد می‌شود (باندروف - نیلسن و شپارد، ۲۰۰۴):

$$BPV_t = \sum_{j=1}^{M-1} |r_{t,j}| |r_{t,j+1}| \quad (6)$$

در این پژوهش، پرش به‌عنوان تغییرات ناگهانی و گسسته در فرایند قیمت تعریف می‌شود که از جزء پیوسته نوسان‌پذیری قابل تفکیک است. برای جداسازی جزء پیوسته و پرش نوسان

<sup>1</sup>. Corsi

<sup>2</sup>. heterogeneous market hypothesis

تحقق یافته، از رویکرد مبتنی بر واریانس تحقق یافته و انحراف توان دویی تحقق یافته<sup>۱</sup> مطابق با روش پیشنهادی باندرروف – نیلسن و شپارد (۲۰۰۴) استفاده شده است. در این چارچوب، انحراف توان دویی برآوردکننده‌ای سازگار برای جزء پیوسته نوسان‌پذیری در حضور پرش‌ها محسوب می‌شود، در حالی که اختلاف بین RV و BV به‌عنوان مؤلفه پرش نوسان تحقق یافته تفسیر می‌گردد. به‌منظور کاهش اثر نویز ریزساختار بازار و جلوگیری از بروز مقادیر منفی ناشی از خطای اندازه‌گیری، مؤلفه پرش به‌صورت مقادیر غیرمنفی تعریف شده و در صورت منفی بودن، برابر صفر در نظر گرفته شده است.

### مدل HAR با حافظه طولانی (LM-HAR)

مدل HAR مدلی ساده‌تر از مدل ARFIMA است و می‌توان آن را با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی (OLS) برآورد کرد. نتایج مطالعات حاکی از آن است که مدل HAR در دوره خارج از نمونه پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به مدل‌های ARMA و ARFIMA ارائه می‌دهد (کورسی، ۲۰۰۹). براساس نتایج برخی مطالعات تجربی، حافظه طولانی قابل توجهی در سری‌های نوسان تحقق یافته وجود دارد. بنابراین، مدل ARFIMA به‌طور گسترده‌ای برای توصیف حافظه طولانی در نوسان تحقق یافته با استفاده از عملگر انتگرال کسری استفاده می‌شود. ویژگی مدل LM-AR(p) برای نوسان تحقق یافته به شرح زیر است:

$$\Phi(L)(1-L)^d RV_t = \mu + \varepsilon_{t+h} \quad (۷)$$

که در این فرمول  $RV_t$  نشان‌دهنده نوسان تحقق یافته روزانه است،  $t = 1, \dots, T$   $d \in (0, 1)$  پارامتر انتگرال کسری را نشان می‌دهد.  $\Phi(L) = 1 - \Phi_1 L - \dots - \Phi_p L^p$  در واقع چندجمله‌ای عملگر وقفه خودرگرسیون از مرتبه  $p$  است.  $\mu$  یک ثابت است.  $\varepsilon_t \sim i.i.d. (0, \sigma_\varepsilon^2), \sigma_\varepsilon^2 < \infty, (1-L)^d$  حقیقی  $d$  نشان می‌دهد که می‌توان آن را براساس تابع گاما و با استفاده از بسط دوجمله‌ای توسعه داد:

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!} L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} L^3 - \dots$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k L^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} L^k \quad (۸)$$

<sup>1</sup>. Bipower Variation

که در این فرمول،  $\Gamma(\cdot)$  تابع گاما است،  $k^{a-b} \rightarrow \frac{\Gamma(k+a)}{\Gamma(k+b)}$   $\lambda_k = \Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$   $\cdot (-1)^k \binom{d}{k}$

مشخصات مدل LM-HAR برای نوسان تحقق‌یافته به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Phi(L)(1-L)^d RV_{t+h} = \mu + \Phi_W \overline{RV}_t^W + \Phi_M \overline{RV}_t^M + \varepsilon_t \quad (9)$$

که در این فرمول  $RV_t$  نشان‌دهنده نوسان تحقق‌یافته روزانه است،  $t = 1, \dots, T$   $d \in (0, 1)$  پارامتر انتگرال کسری را نشان می‌دهد.  $\Phi(L) = 1 - \Phi_1 L - \dots - \Phi_p L^p$  چندجمله‌ای عملگر وقفه خودرگرسیون از مرتبه  $p$  است.  $\mu$  یک ثابت است.  $\varepsilon_t$  نویز سفید<sup>۱</sup> است،  $\sigma_\varepsilon^2 < \infty$   $\varepsilon_t \sim i.i.d. (0, \sigma_\varepsilon^2)$  مدل ترکیبی LM-HAR که در رابطه (۹) ارائه شده است، با اضافه کردن ویژگی حافظه طولانی (که با عملگر انتگرال کسری  $(1-L)^d$  نمایش داده می‌شود) به رابطه (۲) ساخته شده است. هنگامی که  $\Phi(L) = (1 - \Phi_D)L^h$  و  $d = 0$  باشد، مدل LM-HAR به مدل HAR که در رابطه (۲) نشان داده شده است، ساده می‌شود. هنگامی که جملات مربوط به RV هفتگی و ماهانه از مدل LM-HAR حذف شوند، این مدل به یک مدل ساده‌تر به نام LM-AR که در فرمول (۷) نمایش داده شده، تبدیل می‌شود.

### مدل مارکوف سوئیچینگ (MS-HAR)

از دیدگاه برآورد، مدل مارکوف سوئیچینگ (که از این پس MS نامیده می‌شود) باید رفتاری شبیه به فرایند با حافظه کوتاه داشته باشد. با این حال، براساس نتایج مطالعات قبلی، به نظر می‌رسد مدل MS نیز می‌تواند حافظه طولانی را که در بسیاری از زمینه‌ها مشاهده می‌شود، مدل‌سازی کند یا توضیح دهد. برآوردگرهای طیفی مانند برآوردگر نوع Whittle محلی، معمولاً فرایند MS را به عنوان یک فرایند با حافظه طولانی تفسیر می‌کنند (دایبولد و اینوی، ۲۰۰۱). پویایی مارکوف سوئیچینگ در مدل MS توسط یک متغیر حالت تعیین می‌شود. این متغیر حالت بر اساس این فرض کار می‌کند که یک زنجیره مارکوف ایستا است و دارای یک ماتریس احتمال انتقال است. بنابراین، ممکن است مدل MS برخی ویژگی‌های مهم مانند حافظه طولانی را داشته باشد و می‌توان به صورت زیر مشخص کرد:

$$y_t = \mu_{S_t} + \sum_{k=1}^p \varphi_{k, S_t} y_{t-k} + \sigma_{S_t} \varepsilon_t \quad (10)$$

<sup>1</sup> White noise

نویز سفید به سیگنالی گفته می‌شود که توان آن در همه بسامدها، یکنواخت توزیع شده است. به همین سبب به آن «سفید» می‌گویند؛ زیرا مانند نور سفید، تابع چگالی طیف توان آن در همه بسامدها مقداری تقریباً ثابت دارد. تابع خودهمبستگی نویز سفید، تابع دلتای دیراک است.

که در این فرمول،  $\mathcal{Y}_t$  سری اصلی در زمان  $t$  است.  $S_t$  متغیر حالت برای  $\mathcal{Y}_t$  در زمان  $t$  را نشان می‌دهد. در رژیم  $S_t$  و در زمان  $t$ ،  $\mu_{S_t}$  عرض از مبدأ است.  $\varphi_{K,S_t}$  ضریب خودرگرسیون است.  $\sigma_{S_t}$  انحراف معیار است.  $\varepsilon_t$  سری باقیمانده با  $(1,0) \sim IIDN(\varepsilon_t)$  است.

در این پژوهش، مشخصات مدل MS-HAR برای نوسان تحقق‌یافته به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$RV_{t+h} = \Phi_0 + \Phi_{D,S_t} RV_t + \Phi_W \overline{RV_t^W} + \Phi_M \overline{RV_t^M} + \varepsilon_{t+h} \quad (11)$$

که در این فرمول،  $S_t$  متغیر حالت برای  $RV_t$  در زمان  $t$  را نشان می‌دهد. هنگامی که جملات  $RV$  هفتگی و  $RV$  ماهانه از مدل MS-HAR حذف شوند، مدل به یک مدل ساده‌تر به نام MS-AR با مشخصات زیر تبدیل می‌شود.

$$RV_{t+h} = \Phi_0 + \Phi_{D,S_t} RV_t + \varepsilon_{t+h} \quad (12)$$

### مدل مارکوف سوئیچینگ HAR با حافظه طولانی (MS-LM-HAR)

با الهام از پژوهش‌های موجود، ما مدل MS-LM-HAR را با هدف مدل‌سازی هم‌زمان حافظه طولانی و تغییر رژیم در نوسان تحقق‌یافته پیشنهاد می‌کنیم. برای گنجاندن ویژگی حافظه طولانی در نوسان تحقق‌یافته، ما یک عملگر انتگرال کسری  $(1-L)^d$  را در مدل MS-HAR که در رابطه (۱۱) نشان داده شده است، ادغام می‌کنیم. مشخصات مربوط به مدل MS-LM-HAR را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$(1 - \varphi_{D,S_t} L^h)(1 - L)^d RV_{t+h} = \mu + \Phi_W \overline{RV_t^W} + \Phi_M \overline{RV_t^M} + \varepsilon_{t+h} \quad (13)$$

که در این فرمول  $\varphi_{D,S_t}$  ضریب خودرگرسیو  $RV_t$  را نشان می‌دهد که بر اساس دو حالت (رژیم) مارکوف سوئیچینگ، تغییر می‌کند. هنگامی که جملات  $RV$  هفتگی و  $RV$  ماهانه از مدل MS-LM-HAR حذف شوند، مدل به مدل MS-LM-AR با مشخصات زیر ساده می‌شود:

$$(1 - \varphi_{D,S_t} L^h)(1 - L)^d RV_{t+h} = \mu + \varepsilon_{t+h} \quad (14)$$

به طور خلاصه، مدل ترکیبی MS-LM-HAR را که در رابطه (۱۴) نشان داده شده، می‌توان بر اساس مراحل زیر ایجاد نمود. مرحله اول، استفاده از واریانس تحقق‌یافته ( $RV$ ) برای ساخت مدل استاندارد HAR است که در رابطه (۲) نشان داده شده است. مرحله دوم، اضافه کردن یک عملگر انتگرال کسری  $(1-L)^d$  به مدل HAR برای تدوین مدل LM-HAR است که در رابطه (۹) نشان داده شده است. و در نهایت، مرحله سوم، این است که ضریب خودرگرسیون  $RV_t$  بر اساس دو حالت (رژیم) مارکوف سوئیچینگ، تغییر کند تا مدل ترکیبی MS-LM-HAR که در رابطه (۱۳) نشان داده شده است، تدوین شود.

در این پژوهش برای مستندسازی پایداری رژیم‌ها و تفسیر اقتصادی آن‌ها، ماتریس احتمال انتقال مارکوف، احتمال‌های پایدار و میانگین مدت ماندگاری هر رژیم محاسبه و گزارش شده است. نتایج نشان می‌دهد که احتمال باقی ماندن در هر رژیم (عناصر قطری ماتریس انتقال) بالا بوده و بیانگر پایداری قابل توجه رژیم‌ها در طول زمان است. به‌طور خاص، رژیم نوسان پایین دارای احتمال ماندگاری بیشتری بوده و میانگین مدت حضور در آن طولانی‌تر است، در حالی که رژیم نوسان بالا اگرچه کوتاه‌مدت‌تر است، اما با شدت نوسانات بالاتر و رفتار متفاوت ضرایب مدل همراه است.

احتمال‌های پایدار نیز نشان می‌دهد که بازار در بخش عمده‌ای از زمان در رژیم نوسان پایین قرار دارد، اما انتقال‌های ناگهانی به رژیم نوسان بالا - که معمولاً با شوک‌های قیمتی و افزایش عدم اطمینان همراه هستند - نقش مهمی در توضیح پرش‌های نوسانات ایفا می‌کنند.

## یافته‌های پژوهش

### آمار توصیفی داده‌ها

در روش‌های توصیفی تلاش بر آن است تا با ارائه جدول و استفاده از ابزارهای آمار توصیفی نظیر شاخص‌های مرکزی و پراکندگی، به توصیف داده‌های تحقیق پرداخته شود، تا این امر به شفافیت موضوع کمک کند. آمار توصیفی متغیرهای تحقیق برای داده‌های درون روزی ۱۵ دقیقه‌ای در جدول (۱) آمده است.

جدول ۱. آمار توصیفی نرخ بازده صندوق‌های قابل معامله منتخب

صندوق	آگاس	کاریس	اطلس	سرو	آساس
میانگین	۰۵E-۱۰/۶	۰۵E-۳۱/۶	۰۵E-۵۵/۵	۰۵E-۶۳/۵	۰۵E-۴۰/۶
میانه	۰۰/۰	۰۰/۰	۰۰/۰	۰۰/۰	۰۰/۰
بیشترین	۰۴۷/۰	۰۳۰/۰	۰۴۷/۰	۰۳۸/۰	۰۵۸/۰
کمترین	۰۳۴/۰-	۰۳۰/۰-	۰۵۰/۰-	۰۴۱/۰-	۰۵۰/۰-
انحراف معیار	۰۰۳/۰	۰۰۳/۰	۰۰۳/۰	۰۰۳/۰	۰۰۳/۰
چولگی	۶۵۸/۰	۳۶۶/۰	۲۵۱/۰	۳۸۳/۰	۶۰۱/۰
کشیدگی	۰۷۴/۲۷	۴۸۵/۱۷	۹۲۵/۳۲	۹۷۲/۲۴	۵۵۸/۳۲
تعداد	۲۸۰۸۱	۲۷۴۰۴	۳۳۳۲۸	۲۳۲۰۱	۲۶۸۳۰

منبع: یافته‌های پژوهش.

آمار توصیفی نشان می‌دهد که میانگین بازدهی ۱۵ دقیقه‌ای پنج صندوق بسیار ناچیز و نزدیک به صفر است که با ماهیت داده‌های پرتکرار هماهنگ است. میانه صفر نیز نشان‌دهنده ثبات نسبی قیمت‌ها در بیشتر بازه‌های زمانی است. بیشترین بازده مثبت بین ۰/۴ تا ۰/۳ درصد و بیشترین بازده منفی بین ۵۳- تا ۱۲۱- صدم درصد است که حاکی از نوسانات شدید لحظه‌ای و وجود شوک‌های قیمتی در برخی مقاطع است.

انحراف معیار بازده‌ها کم است (حدود ۰/۰۱ درصد) که نشان‌دهنده پراکندگی محدود در بیشتر مقاطع زمانی است. با این حال، چولگی منفی بسیار بالا و کشیدگی شدید، بیانگر توزیع‌هایی با دم سنگین و گرایش به سقوط‌های ناگهانی قیمتی هستند. این ویژگی‌ها نشان می‌دهند که بازده‌ها نرمال نیستند و ساختاری پیچیده و نامتقارن دارند. در مجموع، داده‌ها دارای نوسانات بالا، رفتار نامتعارف و ریسک منفی لحظه‌ای هستند که به‌خوبی ضرورت استفاده از مدل‌های پیشرفته مانند HAR با حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ را برای پیش‌بینی نوسانات تأیید می‌کند.

### آزمون ریشه واحد

با استفاده از آزمون ریشه واحد شامل آزمون دیکی - فولر تعمیم‌یافته (ADF) مانایی متغیرهای مورد استفاده بررسی می‌شود از اینجا نتیجه آزمون دیکی - فولر تعمیم‌یافته برای سایر متغیرها در جدول (۲) آورده شده است. بر اساس نتایج جدول (۲)، متغیرهای نرخ بازده برای تمامی صندوق‌ها در سطح، مانا می‌باشد. اما نرخ بازده صندوق قابل معامله سرو با یک بار تفاضل‌گیری مانا شده است.

جدول ۲. آزمون ریشه واحد نرخ بازده صندوق‌های قابل معامله منتخب

آماره ADF	سطح معنی‌داری	نتیجه	سطح مانایی
-۱۳۰/۵	(۰/۰۰)	مانا	I(0)
-۱۶۸/۸	(۰/۰۰)	مانا	I(0)
-۱۸۷/۷	(۰/۰۰)	مانا	I(0)
-۱۵۳/۱	(۰/۰۰)	مانا	I(1)
-۱۶۹/۲	(۰/۰۰)	مانا	I(0)

منبع: یافته‌های پژوهش.

نتایج آمار توصیفی ارائه‌شده در جدول ۱ نشان می‌دهد که بازده‌های ۱۵ دقیقه‌ای تمامی صندوق‌ها دارای کشیدگی بسیار بالا (بین ۱۷ تا ۳۳) هستند که بیانگر توزیع دم‌سنگین و وجود نوسانات شدید و خوشه‌ای است. این ویژگی در ادبیات مالی به عنوان یکی از نشانه‌های اولیه

وجود حافظه طولانی در سری‌های زمانی نوسانات شناخته می‌شود (اندرسن و همکاران، ۲۰۰۳؛ بایلی و همکاران، ۲۰۱۹). از سوی دیگر، نتایج آزمون ریشه واحد دیکی-فولر تعمیم‌یافته (جدول ۲) حاکی از آن است که سری‌های بازده برای چهار صندوق در سطح مانا هستند و صندوق سرو نیز با یک بار تفاضل‌گیری مانا می‌شود. این مانایی شرط لازم برای برآورد مدل‌های خودرگرسیون از جمله ARFIMA است.

با توجه به این دو یافته‌ی تجربی یعنی مانایی همراه با کشیدگی شدید و تداوم شوک‌ها، مدل ARFIMA به عنوان زیربنای نظری مناسبی برای لحاظ کردن مؤلفه حافظه طولانی در چارچوب HAR انتخاب شده است. به عبارت دیگر، حضور حافظه طولانی در ساختار نوسانات تحقق‌یافته، استفاده از عملگر انتگرال کسری را در مدل‌سازی توجیه می‌کند. این رویکرد با مطالعات پیشین (هوانگ و همکاران، ۲۰۲۴؛ کورسی، ۲۰۰۹) همخوانی داشته و امکان ترکیب حافظه کوتاه‌مدت از طریق مؤلفه‌های روزانه، هفتگی و ماهانه (HAR با حافظه طولانی) از طریق پارامتر  $d$  را فراهم می‌سازد. بدین ترتیب، منطق حاکم بر مدل‌های LM-HAR و MS-LM-HAR در این پژوهش، به طور مستقیم بر شواهد تجربی حاصل از آمار توصیفی و آزمون ریشه واحد استوار است.

### بررسی رگرسیون برای صندوق‌ها

در تفسیر یافته‌های تجربی، تمرکز اصلی این پژوهش بر ارزیابی عملکرد چارچوب‌های مدل‌سازی از منظر روش‌شناسی قرار دارد و مقایسه صندوق‌های سرمایه‌گذاری صرفاً به‌عنوان بستری برای آزمون پایداری نتایج مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر، هدف اصلی بررسی این موضوع است که آیا به‌کارگیری مدل‌های ترکیبی مبتنی بر حافظه طولانی و تغییر رژیم‌های نوسانی، فارغ از عملکرد خاص هر صندوق می‌تواند به‌طور نظام‌مند دقت پیش‌بینی نوسانات را نسبت به مدل‌های مرسوم بهبود بخشد. لذا در این بخش به تفکیک هر صندوق جهت پیش‌بینی نوسانات در چارچوب مدل ترکیبی HAR با حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ مورد تحلیل قرار گرفته است که بررسی مدل‌های مختلف HAR و نسخه‌های توسعه‌یافته آن در پیش‌بینی نوسانات روزانه صندوق آگاس نشان می‌دهد که مدل پایه HAR در مقایسه با مدل‌های پیشرفته‌تر عملکرد ضعیف‌تری دارد. اضافه کردن مؤلفه حافظه طولانی (LM) به مدل HAR تغییر محسوسی در بهبود دقت ایجاد نکرد. در مقابل، ترکیب مدل HAR با مارکوف سوئیچینگ (MS) در اغلب موارد باعث کاهش خطا و بهبود شاخص‌های ارزیابی شد. به‌ویژه، افزودن مؤلفه پرش (J) به مدل HAR به‌طور قابل‌توجهی کارایی مدل را افزایش داد؛ تمام مدل‌های دارای پرش ضریب منفی و معناداری

برای این مؤلفه نشان دادند، که بیانگر تأثیر کاهنده پرش روز قبل بر نوسانات روز جاری است. با توجه به نتایج، مدل MS-HAR-J کمترین مقدار MSE (۰/۰۰۰۰۰۴) را ثبت کرده و از این نظر بهترین عملکرد را دارد. همچنین مدل MS-LM-HAR با  $R^2$  برابر با ۰/۸۸۰۲ بالاترین میزان توضیح‌دهندگی تغییرات را نشان می‌دهد. در مجموع، ترکیب مؤلفه مارکوف سوئیچینگ و پرش با مدل HAR بیشترین بهبود را در پیش‌بینی به همراه داشته است، در حالی که استفاده از حافظه طولانی به‌تنهایی اثر معناداری در بهبود مدل نداشت.

جدول ۳. نتایج رگرسیون HARها برای نوسانات تحقق یافته روزانه صندوق آگاس

پارامتر	HAR	LM-HAR	MS-HAR	MS-LM-HAR	HAR-J	LM-HAR-J	MS-HAR-J	MS-LM-HAR-J
$\mu$	۰/۰۰۰۱ (۰/۰۳)	۳.۹-E-۰۶ (۰/۹۶)	۰/۰۰۰۱ (۰/۰۰)	۰/۰۰۰۳ (۰/۸۰)	۰/۰۰۰۱ (۰/۰۳)	۴.۴۲-E-۰۶ (۰/۹۵)	۰/۰۰۱۴ (۰/۰۸)	۰/۰۰۰۲ (۰/۰۰)
$\phi_D$	۰/۵۵۰۵ (۰/۰۰)	-۰/۰۱۹۴ (۰/۵۲)	-۰/۲۲۸۹ (۰/۰۰)	-۰/۰۱۲۹ (۰/۰۰)	۰/۸۳۴۱ (۰/۰۰)	۰/۰۱۹۵ (۰/۵۲)	-۰/۸۲۹۸ (۰/۰۰)	۰/۰۰۶۱ (۰/۰۰)
$\phi_W$	-۰/۱۸۶۱ (۰/۰۰)	-۰/۲۹۰۳ (۰/۰۰)	-۰/۰۰۲۸ (۰/۱۰)	-۰/۲۸۶۱ (۰/۰۰)	-۰/۳۰۳۴ (۰/۰۰)	-۰/۲۹۵۶ (۰/۰۰)	-۰/۳۲۸۵ (۰/۰۰)	۰/۰۰۵۶ (۰/۰۰)
$\phi_M$	۰/۰۴۹۸ (۰/۵۱)	۲/۱۵۸ (۰/۰۰)	-۰/۰۲۷۸ (۰/۰۰)	۲/۱۱۷۳ (۰/۰۰)	۰/۰۵۳۸ (۰/۴۴)	۲/۱۸۰ (۰/۰۰)	-۰/۰۲۴۴ (۰/۱۰)	-۰/۱۵۱۹ (۰/۰۰)
$J_D$	—	—	—	—	-۰/۵۰۳۰ (۰/۰۰)	-۰/۰۶۷۰ (۰/۰۳)	-۰/۵۰۱۳ (۰/۰۱)	۰/۰۰۰۸ (۰/۹۶)
$R^2$	۰/۲۵۶	۰/۲۲۷	۰/۲۴۵۴	۰/۸۸۰۲	۰/۳۸۳۹	۰/۲۲۹۵	۰/۳۷۸۵	۰/۰۹۳۴
F	۲۰۷ (۰/۰۰)	۱۶۹/۵۰ (۰/۰۰)	۲۰۴/۶۰ (۰/۰۰)	۱۶۷/۱۰ (۰/۰۰)	۲۸۰/۹۰ (۰/۰۰)	۱۲۶/۹۰ (۰/۰۰)	۲۸۰/۹۰ (۰/۰۰)	۴۶/۳۵ (۰/۰۰)
P11/P22	—	—	۰.۹۵۰۸ / ۰.۳۱۶۵	۰.۶۷۷۲ / ۰.۹۷۸۳	—	—	۰.۹۵۳۵ / ۰.۳۴۰۸	۰.۹۰۸۸ / ۰.۹۸۷۲
MSE	۰/۰۰۰۰۰۶	۰/۰۰۰۰۰۹	۰/۰۰۰۰۰۶	۰/۰۰۰۰۰۹	۰/۰۰۰۰۰۵	۰/۰۰۰۰۰۹	۰/۰۰۰۰۰۴	۰/۰۰۰۰۱۳
MAE	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۳	۲۹۳۱۴/۸۶	۵۸/۹۵	۳۷۵۲۳/۵۳	۵۸/۴	۵۵۷۴۱/۸۲	۳۵/۳۶

منبع: یافته‌های پژوهش.

جدول ۴. نتایج رگرسیون HARها برای نوسانات تحقق یافته روزانه صندوق کاریس

پارامتر	HAR	LM-HAR	MS-HAR	MS-LM-HAR	HAR-J	LM-HAR-J	MS-HAR-J	MS-LM-HAR-J
$\mu$	./۰۰۰۰۰۴ (./۰۰)	-./۰۰۰۰۰۴ (./۰۶۵)	-./۰۰۰۰۱ (./۰۰)	./۰۰۰۰۱ (./۰۰)	./۰۰۰۰۰۴۲۴ (./۰۰)	-./۰۰۰۰۰۴ (./۰۶۵)	./۰۰۰۰۲ (./۰۰)	./۰۰۰۰۹ (./۰۰)
$\phi_D$	-./۰۱۹۲ (./۴۳)	-./۰۵۶۴۷ (./۰۳)	-./۲۲۸۹ (./۰۰)	-./۰۵۴۲ (./۰۰)	-./۰۱۸۹ (./۴۳)	-./۰۵۶۳۶ (./۰۳)	-./۰۸۱۲ (./۰۰)	./۱۵۶۳ (./۲۹)
$\phi_W$	-./۱۸۲۴ (./۰۰)	-./۰۴۰۳۷ (./۴۹)	-./۰۰۲۸ (./۱۰)	-./۰۵۳۶ (./۱۶)	./۱۸۰۰ (./۰۰)	-./۰۴۱۰۳ (./۴۹)	-./۲۹۰۹ (./۰۰)	./۰۵۰۴ (./۰۳)
$\phi_M$	-./۴۰۰۵ (./۰۰)	۲/۵۶۶۰ (./۰۰)	-./۰۲۷۸ (./۰۰)	۲/۲۳۶۶ (./۰۰)	./۳۹۹۸ (./۰۰)	۲/۵۶۳ (./۰۰)	-./۰۲۸۷ (./۰۰۴)	./۲۳۶۱ (./۰۰)
$J_D$	-	-	-	-	./۰۲۱۳ (./۷۷)	./۰۱۳۶۶ (./۸۶)	-./۰۲۹۹ (./۲۰)	./۰۶۵۶ (./۱۱)
R <sup>2</sup>	-./۵۲۰۳	./۴۴۳	-./۴۱۹۱	./۸۴۵۷	./۰۵۲۱	-./۴۴۳	./۴۱۳	-./۸۹۷
F	۴۲/۴۶ (./۰۰)	۵۸۹ (./۰۰)	۴۲/۰۲ (./۰۰)	۱۶۷/۱ (./۰۰)	۳۱/۸۶ (./۰۰)	۴۴۱/۵ (./۰۰)	۳۱/۸۵۷۱ (./۰۰)	۴۵/۴۴ (./۰۰)
P11/P22	-	-	۰.۹۵۲۱/۰.۳۱۶	۰.۹۶۴۲/۰.۸۴۲	-	-	۰.۶۸۰۶ / ۰.۸۸۸۳	۰.۹۸۹۷ / ۰.۹۶۶۱
MSE	۹.۰۰E-۰۸	./۰۰۰۰۱	۹.۴۱E-۰۸	۱.۱۰E-۰۷	۹.۰۰E-۰۶	۱.۱۰E-۰۷	۴.۱۵E-۰۶	۱.۸۶E-۰۶
MAE	۸.۴۱ E-۰۵	۱.۱۰ E-۰۷	۱۱۸۵۳/۱۴	۳۹/۹۹	۱۱۷۰/۸۱	۳۹/۹۲	۵۵۷۴۱/۸۲	۷/۱۲

منبع: یافته‌های پژوهش.

جدول ۵. نتایج رگرسیون HARها برای نوسانات تحقیق یافته روزانه صندوق اطلس

پارامتر	HAR	LM-HAR	MS-HAR	MS-LM-HAR	HAR-J	LM-HAR-J	MS-HAR-J	MS-LM-HAR-J
$\mu$	۰/۰۰۰۰۳ (۰/۰۰)	-۰/۰۰۰۰۷ (۰/۳۲)	-۰/۰۰۰۰۳ (۰/۰۰)	۰/۰۰۰۰۵۲ (۰/۷۵)	-۰/۰۰۰۰۰۴ (۰/۶۴)	-۰/۰۰۰۰۰۵ (۰/۴۴)	۰/۰۰۰۰۳ (۰/۰۰)	۰/۰۰۰۰۱ (۰/۰۰)
$\phi_D$	-۰/۰۸۷۰۰ (۰/۰۰)	۰/۰۴۱۵۹ (۰/۱۰)	-۰/۱۳۶۵ (۰/۰۰)	-۰/۰۶۳۸ (۰/۰۰)	-۰/۰۵۶۳۶ (۰/۰۳)	-۰/۰۴۰۳۹ (۰/۱۱)	۰/۱۰۷۱ (۰/۰۰)	-۰/۰۰۵۱ (۰/۷۶)
$\phi_W$	۰.۳۵۶۴۰ (۰/۰۰)	۰/۰۴۲۲۳ (۰/۴۰)	۰/۲۶۳۸ (۰/۰۰)	۰/۰۴۲۸ (۰/۲۲)	۰/۰۴۱۰۳ (۰/۴۹)	۰/۰۲۸۶ (۰/۵۷)	۰/۰۴۵۹ (۰/۰۹)	-۰/۱۰۶۳ (۰/۱۷)
$\phi_M$	۰/۲۳۴۲ (۰/۰۰)	۲/۳۵۰ (۰/۰۰)	۰/۰۷۰۷ (۰/۰۰)	۲/۲۷۵۳ (۰/۰۰)	۲/۵۶۳ (۰/۰۰)	۲/۳۹۳ (۰/۰۰)	۰/۲۱۳۳ (۰/۰۰)	۰/۷۲۹۲ (۰/۰۰)
$J_D$	-	-	-	-	۰/۰۱۳۶۶ (۰/۸۶)	-۰/۲۱۷۳ (۰/۰۰)	۰/۰۵۶۶ (۰/۰۰)	۰/۰۵۵۵ (۰/۰۱)
$R^2$	۰/۱۲۷۱	۰/۴۹۵۲	-۰/۵۳۱	۰/۵۳۹۸	۰/۴۴۳	۰/۴۹۸۹	۰/۴۵۶۲	۰/۳۵۸۳
F	۱۲۶/۶ (۰/۰۰)	۸۲۱/۲ (۰/۰۰)	۱۲۵/۶ (۰/۰۰)	۱۶۷/۱ (۰/۰۰)	۴۴۱/۵ (۰/۰۰)	۶۲۴/۷ (۰/۰۰)	۹۶/۳۴۶۵ (۰/۰۰)	۱۱۴/۹۱ (۰/۰۰)
P11/P22	-	-	-۰.۷۳۸۴ / -۰.۹۲۱۷	-۰.۹۶۷۱ / -۰.۹۲۶۲	-	-	۰.۷۱۹۳ / -۰.۹۱۸۵	-۰.۹۷۹۹ / -۰.۹۸۷۹
MSE	۶.۰۰E-۰۸	۹.۹۲E-۰۵	۵.۹۳E-۰۸	۷.۰۰E-۰۸	۱.۱۰E-۰۷	۷.۰۰E-۰۸	۴.۱۵E-۰۶	۲.۹۸E-۰۶
MAE	۸.۰۳E-۰۵	۷.۰۰E-۸	۲۴۴۲۷/۵۷	۴۴/۴۳	۳۹/۹۲	۴۶/۳۳	۵۵۷۴۱/۸۲	۲۹۴/۸۴

منبع: یافته‌های پژوهش.

جدول ۶ نتایج رگرسیون HARها برای نوسانات تحقق یافته روزانه متغیر نرخ بازده صندوق سرو

پارامتر	HAR	LM-HAR	MS-HAR	MS-LM-HAR	HAR-J	LM-HAR-J	MS-HAR-J	MS-LM-HAR-J
$\mu$	۰/۰۰۰۰۳ (۰/۰۰)	-۰/۰۰۰۰۲ (۰/۰۷)	۰/۰۰۰۰۴ (۰/۰۰)	-۰/۰۰۰۳ (۰/۰۰)	۰/۰۰۰۰۲ (۰/۰۰)	-۰/۰۰۰۰۲ (۰/۰۷)	-۰/۰۰۰۳ (۰/۰۰)	۰/۰۰۰۰ (۰/۰۰)
$\phi_D$	-۰/۰۵۱۸۱ (۰/۱۱)	۰/۰۱۰۵۸ (۰/۷۷)	-۰/۰۶۳۸ (۰/۰۰)	-۰/۱۴۹۳ (۰/۰۰)	-۰/۰۵۲۹۱ (۰/۱۱)	-۰/۰۱۰۷۶ (۰/۷۶)	۰/۱۵۲۳ (۰/۰۰)	-۰/۱۵۵۷ (۰/۰۰)
$\phi_W$	۰/۵۶۸۷ (۰/۰۰)	۰/۲۴۱۲ (۰/۰۰)	۰/۰۴۲۸ (۰/۲۲)	-۰/۲۱۶۸ (۰/۰۰)	۰/۵۶۱۵ (۰/۰۰)	۰/۲۴۱۷ (۰/۰۰)	۰/۲۰۴۷ (۰/۰۰)	۰/۲۳۷۴ (۰/۰۰)
$\phi_M$	۰/۲۰۷۰ (۰/۰۰)	۱/۹۳۷۰ (۰/۰۰)	۲/۲۷۵۳ (۰/۰۰)	-۰/۰۳۴۹ (۰/۱۰)	۰/۲۰۹۱ (۰/۰۰)	۱/۹۳۴ (۰/۰۰)	۰/۰۴۰۱ (۰/۰۶)	۱/۸۸۲۱ (۰/۰۰)
$J_D$	-	-	-	-	۰/۰۳۵۴۴ (۰/۵۲)	۰/۰۲۷۰۰ (۰/۶۳)	۰/۰۵۹۲ (۰/۰۴)	۰/۰۲۴۵
$R^2$	۰/۳۱۶۳	۰/۷۲۴	۰/۲۶۹۸	۰/۵۰۵۷	۰/۳۱۶۵	۰/۷۲۴	۰/۴۹۳۸	۰/۶۹۷۱
F	۲۱۳/۸ (۰/۰۰)	۱۱۲۵ (۰/۰۰)	۲۱۰/۸ (۰/۰۰)	۱۶۷/۱ (۰/۰۰)	۱۶۰/۴ (۰/۰۰)	۸۴۳/۴ (۰/۰۰)	۱۶۰/۳۵۹ (۰/۰۰)	۸۴۳/۳۶ (۰/۰۰)
P11/P22	-	-	۰/۹۵۰/۰/۳۱۶۵	۰/۹۰۹۸/۰/۶۹۵۲	-	-	۰/۹۱۲۸/۰/۷۰۴۴	۰/۹۶۹۱/۰/۹۲۶۴
MSE	۵/۰۰E-۰۸	۵/۰۰E-۰۸	۷/۰۰E-۰۸	۴/۶۳E-۰۸	۵/۰۰E-۰۸	۵/۰۰E-۰۸	۴/۱۵E-۰۶	۲/۳E-۰۶
MAE	-۰/۰۰۰۱۰۱	-۰/۰۰۰۱۱۲	۴۴/۴۲۸	۲۲۵/۰۷	۲۲۴/۲	۱۹/۷۳	۵۵۷۴۱/۸۲	۱۷۷/۶۴

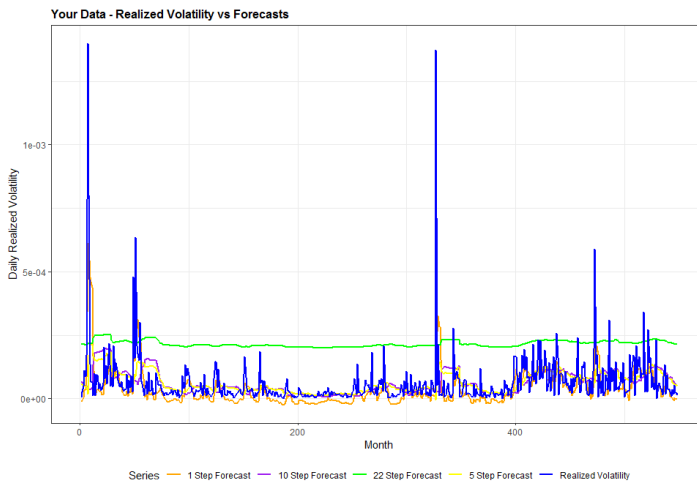
منبع: یافته‌های پژوهش.

جدول ۷. نتایج رگرسیون HARها برای نوسانات تحقق‌یافته روزانه متغیر نرخ بازده صندوق اساس

پارامتر	HAR	LM-HAR	MS-HAR	MS-LM-HAR	HAR-J	LM-HAR-J	MS-HAR-J	MS-LM-HAR-J
$\mu$	۰/۰۰۰۲ (۰/۰۰)	-۰/۰۰۰۰۰۴ (۰/۵۰)	۰/۰۰۰۳ (۰/۰۰)	۰/۰۰۰۲ (۰/۰۰)	-۰/۰۰۰۱۵ (۰/۰۷)	۰/۰۰۰۲۲ (۰/۰۰)	۰/۰۰۰۳ (۰/۰۰)	۰/۰۰۰۱ (۰/۰۰)
$\phi_D$	۰/۱۴۱۶ (۰/۰۰)	-۰/۰۴۵۲۷ (۰/۰۷)	۰/۱۴۹۳ (۰/۰۰)	۰/۰۹۳۶ (۰/۰۴)	۰/۰۱۰۷۶ (۰/۷۶)	۰/۱۳۸۶ (۰/۰۰)	۰/۱۰۸ (۰/۰۰)	-۰/۰۳۹ (۰/۵۲)
$\phi_W$	۰/۱۸۲۷ (۰/۰۰)	-۰/۰۳۳۴۳ (۰/۵۳)	۰/۲۱۶۸ (۰/۰۰)	-۰/۰۱۴۶ (۰/۸۴)	۰/۲۴۱۷ (۰/۰۰)	۰/۱۷۸۴ (۰/۰۰)	-۰/۱۱۲۳ (۰/۰۰)	-۰/۰۳۷ (۰/۱۴)
$\phi_M$	۰/۴۵۱۴ (۰/۰۰)	۲/۳۰۶ (۰/۰۰)	۰/۰۳۴۹ (۰/۱۰)	۰/۴۰۲۷ (۰/۰۱)	۱/۹۳۴ (۰/۰۰)	۰/۴۵۲۶ (۰/۰۰)	-۰/۱۳۵۳ (۰/۰۰)	۱/۹۵۱۹ (۰/۰۰)
$J_D$	-	-	-	-	۰/۰۲۷۰۰ (۰/۶۳)	۰/۰۳۳۸۷ (۰/۳۶)	-۰/۰۰۴۹ (۰/۸۶)	-۰/۰۸۵۶ (۰/۰۰)
$R^2$	۰/۱۶۰۸	۰/۵۴۴۷	۰/۵۰۵۷	۰/۰۳۲۹	۰/۷۲۴	۰/۱۶۱۱	-۰/۳۳۷۳	-۰/۲۷۸۲
F	۱۵۶/۱ (۰/۰۰)	۹۳۴/۷ (۰/۰۰)	۱۵۲/۹ (۰/۰۰)	۱۶۷/۱ (۰/۰۰)	۸۴۳/۴ (۰/۰۰)	۱۱۷/۲ (۰/۰۰)	۱۱۷/۲۴ (۰/۰۰)	۷۰۲/۷ (۰/۰۰)
P11/P22	-	-	۰.۶۱۰۳/۰.۹۱۴۶	۰.۸۶۵۰/۰.۹۶۴۷	-	-	۰.۹۱۷۴/۰.۶۱۵۴	۰.۹۶۵۵/۰.۸۷۲۵
MSE	۴.۰۰E-۰۸	۹.۶۴E-۰۵	۴.۶۳E-۰۸	۴.۴۶E-۰۸	۵.۰۰E-۰۸	۴.۰۰E-۰۸	۴.۱۵E-۰۶	۱.۶۲E-۰۶
MAE	۸.۲۲E-۰۵	۵.۰۰E-۰۸	۲۲۵/۰۷	۱۸۵۹۷/۷۶	۱۹/۷۳	۱۸۳۶۰/۳۴	۵۵۷۴۱/۸۲	۳۳۷/۶۸

منبع: یافته‌های پژوهش.

شکل (۱) پنج سری زمانی نوسانات تحقق یافته و پیش‌بینی‌های مختلف مدت‌زمانی را برای صندوق آگاس نشان می‌دهد. نوسانات تحقق یافته با خط آبی، تغییرات واقعی روزانه را به تصویر می‌کشد که در برخی روزها بسیار بالا بوده‌اند. پیش‌بینی یک مرحله‌ای (خط نارنجی) نوسانات را به شکل دقیق‌تر و حساس‌تر دنبال می‌کند اما در نقاط پرنوسان دچار نوسانات شدید می‌شود. پیش‌بینی‌های بلندمدت‌تر مانند ۱۰ مرحله‌ای (بنفش) و ۲۲ مرحله‌ای (سبز) نوسانات را به صورت نرم‌تر و هموارتر تخمین می‌زنند. پیش‌بینی پنج مرحله‌ای (زرد) بین پیش‌بینی کوتاه و بلندمدت قرار دارد و تعادلی از دقت و همواری ارائه می‌دهد. این الگو نشان می‌دهد که مدل در پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت حساس‌تر به تغییرات لحظه‌ای بازار است، اما در افق‌های بلندتر گرایش به هموارسازی نوسانات دارد. بنابراین، انتخاب افق زمانی پیش‌بینی بر دقت و نوسان تخمین‌های نوسان تأثیرگذار است.



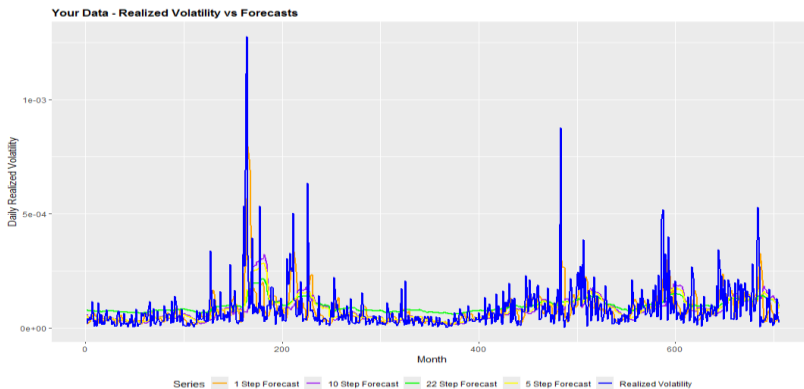
شکل ۱. پیش‌بینی نوسانات تحقق یافته صندوق قابل معامله آگاس  
منبع: یافته‌های پژوهش.

نتایج مدل‌های پیش‌بینی نوسانات روزانه صندوق کاریس نشان داد مدل پایه HAR ضریب‌های مثبت و معنادار داشت اما قدرت پیش‌بینی پایینی  $R^2$  (۰/۰۵۲) ارائه کرد. افزودن حافظه طولانی (LM) و مارکوف سوئیچینگ (MS) به مدل HAR باعث بهبود چشمگیر دقت پیش‌بینی شد، به‌ویژه مدل ترکیبی MS-LM-HAR با بالاترین  $R^2$  (۰/۸۴۶) و کمترین خطا. مدل‌های دارای پرش نیز عملکرد بهتری داشتند، اگرچه ضریب پرش در بیشتر موارد معنادار نبود. مدل کامل MS-LM-HAR-J بهترین عملکرد را با بیشترین  $R^2$  (۰/۸۹۷) و کمترین MSE

نشان داد. در مجموع، ترکیب مؤلفه‌های حافظه طولانی، مارکوف سوئیچینگ و پرش به طور معناداری به بهبود دقت مدل‌های پیش‌بینی نوسانات صندوق کاریس کمک کرده است.

نتایج جدول (۴) نشان می‌دهد که مدل‌های ترکیبی به‌طور معناداری نسبت به نسخه‌های ساده HAR قدرت پیش‌بینی‌کنندگی بهتری دارند. این برتری در اغلب صندوق‌ها مشاهده می‌شود که بیانگر نقش تعیین‌کننده لحاظ هم‌زمان حافظه طولانی و تغییر رژیم در بهبود دقت پیش‌بینی نوسانات است. تفاوت‌های مشاهده‌شده بین صندوق‌ها، شدت این بهبود را تغییر می‌دهد، اما جهت کلی نتایج در تمامی موارد پایدار باقی می‌ماند.

شکل (۲) تصویر متفاوتی از نحوه پاسخ مدل به داده‌های صندوق کاریس ارائه می‌دهد. برخلاف انتظار، در این صندوق، پیش‌بینی‌های با طول‌زمان کوتاه نه‌تنها جزئیات بیشتری از نوسانات روزانه را بازتاب می‌دهند، بلکه در برخی موارد از نوسانات تحقق‌یافته نیز عبور کرده‌اند. در مقابل، افق‌های بلندمدت مانند ۲۲ روزه، نوسانات را با شیب ملایم‌تر و تا حدی عقب‌مانده‌تر نسبت به داده‌های واقعی دنبال کرده‌اند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در شرایط خاص صندوق کاریس، مدل در افق‌های کوتاه بیش‌برآورد و در افق‌های بلند کم‌برآورد انجام داده است.

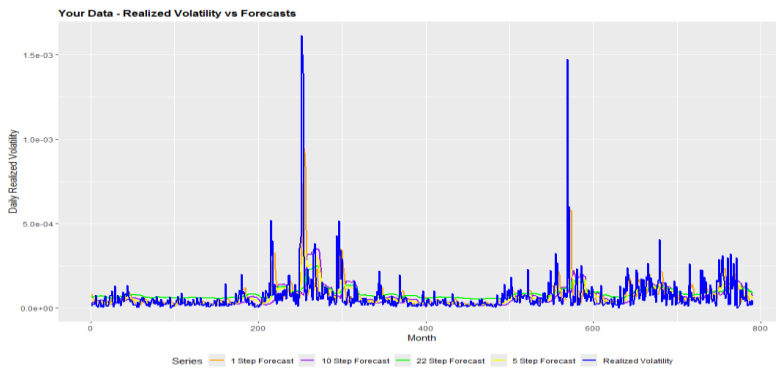


شکل ۲. پیش‌بینی نوسانات تحقق‌یافته صندوق قابل معامله کاریس  
منبع: یافته‌های پژوهش.

مدل پایه HAR برای پیش‌بینی نوسانات صندوق اطلس ضریب‌های معنادار داشت اما قدرت پیش‌بینی پایین  $R^2$  (۰/۱۲۷۱) نشان داد. افزودن حافظه طولانی (LM) یا مارکوف سوئیچینگ (MS) به مدل HAR باعث بهبود چشمگیر  $R^2$  و کاهش خطا شد، به‌ویژه مدل ترکیبی MS-LM-HAR با بالاترین  $R^2$  (۰/۵۳۹۸) و کمترین MSE. مدل‌هایی که پرش (J) را لحاظ کردند تأثیر متفاوت داشتند؛ پرش ضریب منفی و معنادار داشت اما ترکیب آن با LM و MS بهبود چشمگیر نداشت. مدل MS-LM-HAR بهترین عملکرد را از نظر دقت پیش‌بینی

و تطابق با داده‌ها ارائه کرد، در حالی که مدل کامل‌تر MS-LM-HAR-J هم عملکرد قابل قبولی داشت. در کل، ترکیب حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ موثرترین عامل در بهبود مدل‌های پیش‌بینی نوسانات صندوق اطلس بود.

در شکل (۳)، مدل پیش‌بینی برای صندوق اطلس عملکردی متعادل‌تر از سایر صندوق‌ها دارد. تخمین‌های کوتاه‌مدت به‌وضوح نوسانات جزئی روزانه را منعکس می‌کنند، اما در مواجهه با پرش‌های ناگهانی گاه از مسیر منحرف می‌شوند. افق‌های بلندتر مانند ۱۰ یا ۲۲ روزه گرچه نوسانات را با دامنه‌ی محدودتری برآورد می‌کنند، اما در بازه‌های آرام بازار، دقت مناسبی را از خود نشان داده‌اند. این تعادل نسبی در مدل‌سازی، حاکی از تطابق مناسب بین حافظه تاریخی مدل و واقعیت رفتاری نوسانات در این دارایی مالی است.



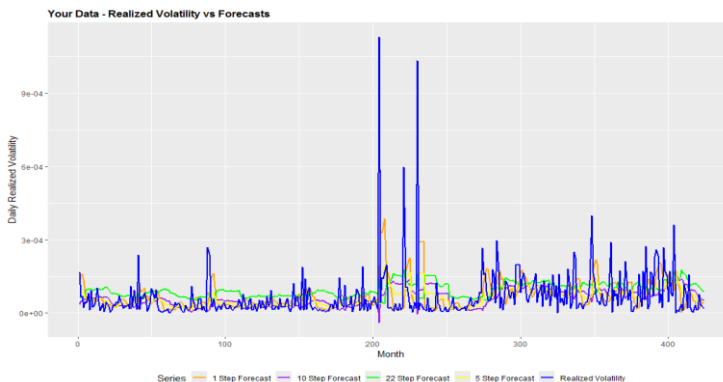
شکل ۳. پیش‌بینی نوسانات تحقق یافته صندوق قابل معامله اطلس

منبع: یافته‌های پژوهش.

بررسی مدل‌های مختلف HAR و نسخه‌های توسعه‌یافته آن برای پیش‌بینی نوسانات روزانه صندوق سرو نشان می‌دهد که مدل پایه HAR با مقدار  $R^2=0/3163$  عملکرد نسبتاً ضعیفی دارد. افزودن مؤلفه حافظه طولانی (LM) به (LM-HAR) باعث افزایش قابل توجه دقت پیش‌بینی شد و  $R^2$  را به  $0/724$  رساند، در حالی که خطای MSE و MAE نیز کاهش یافت. مدل MS-HAR با  $R^2=0/8798$  بالاترین مقدار توضیح‌دهندگی را در بین مدل‌ها ثبت کرد و از نظر قدرت پیش‌بینی برتر بود، هرچند مدل LM-HAR ساده‌تر بوده و همچنان دقت قابل توجهی دارد. ترکیب هر دو مؤلفه LM و MS (مدل MS-LM-HAR) نسبت به هر کدام به‌تنهایی عملکرد میانمی داشته و بهترین مدل محسوب نمی‌شود. افزودن مؤلفه پرش به مدل‌ها تأثیر معناداری بر بهبود پیش‌بینی نداشت و ضرایب آن اغلب غیرمعنادار یا با اثر کم بودند. در بعضی موارد حتی مدل‌های بدون پرش عملکرد بهتری داشتند.

با توجه به معیارهای MSE و MAE، مدل‌های LM-HAR و MS-HAR بهترین انتخاب‌ها برای پیش‌بینی نوسانات صندوق سرو هستند؛ اولی به دلیل سادگی و دقت مناسب، و دومی به دلیل بالاترین  $R^2$  و توان توضیح‌دهندگی بالا. در مجموع، استفاده از حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ می‌تواند نقش مهمی در بهبود دقت پیش‌بینی ایفا کند، در حالی که مؤلفه پرش در این داده‌ها مزیت معناداری ایجاد نکرده است.

مطابق شکل (۴)، عملکرد پیش‌بینی مدل در صندوق سرو نشان‌دهنده اختلاف پراکنده میان نوسانات تحقق‌یافته و تخمین‌های چندمرحله‌ای است. مدل در پیش‌بینی‌های روزانه رفتار پرنوسان و دنباله‌روی نزدیکی با داده‌ها دارد، اما در پیش‌بینی‌های بلندمدت‌تر مانند ۱۰ و ۲۲ مرحله‌ای، روند نوسانات را به‌صورت میانگین‌گیری شده ارائه می‌دهد. گرچه این پیش‌بینی‌ها در کاهش نویز موفق‌تر بوده‌اند، اما از شدت و گستره واقعی نوسانات فاصله گرفته‌اند. چنین الگویی نشان‌دهنده تمایل مدل به تعادل‌سازی در افق‌های بلند و نمایش پویایی واقعی در افق‌های کوتاه است.

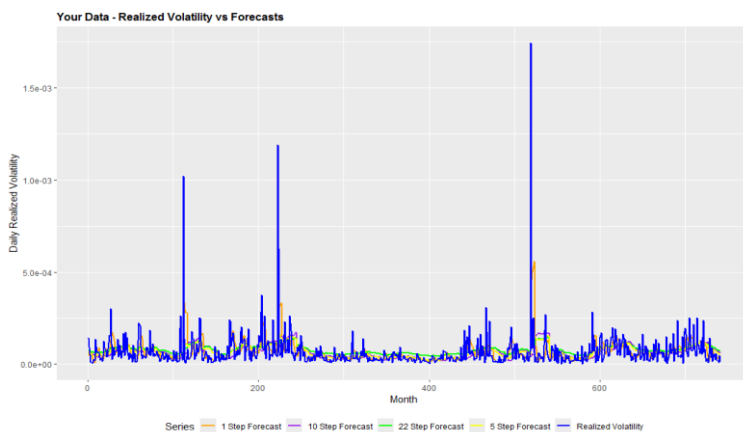


شکل ۴. پیش‌بینی نوسانات تحقق‌یافته صندوق قابل معامله سرو  
منبع: یافته‌های پژوهش.

مدل پایه HAR در پیش‌بینی نوسانات صندوق اساس عملکرد نسبتاً ضعیفی با  $0.1608 = R^2$  داشت. افزودن حافظه طولانی باعث افزایش قابل توجه  $R^2$  تا  $0.5447$  و کاهش نسبی خطا شد، در حالی که ترکیب HAR با مارکوف سوئیچینگ (MS) نیز  $R^2$  را به  $0.5057$  ارتقا داد. مدل ترکیبی MS-LM-HAR عملکرد ضعیف‌تری داشت و حتی  $R^2$  آن نسبت به HAR کاهش یافت. افزودن پرش (J) تأثیر معناداری نداشت و ضرایب آن معمولاً غیرمعنادار بودند. مدل LM-HAR بهترین ترکیب بود که بالاترین  $R^2$  و کمترین خطاها را داشت. در کل، حافظه طولانی

نقش موثرتری نسبت به مارکوف سوئیچینگ و پرش در بهبود پیش‌بینی نوسانات این صندوق ایفا کرده است.

شکل (۵) نوسانات واقعی و تخمین‌های چندگانه مربوط به صندوق اساس را در کنار یکدیگر قرار داده تا عملکرد مدل را در سطوح مختلف پیش‌بینی ارزیابی کند. برخلاف برخی صندوق‌ها، در این نمونه مشاهده می‌شود که پیش‌بینی‌های یک‌روزه نه‌تنها هم‌راستا با نوسانات تحقق‌یافته هستند، بلکه در بازه‌های پرتلاطم نیز واکنش سریعی از خود نشان می‌دهند. در مقابل، مدل در افق‌های بلندتر دچار کندی در پاسخ‌دهی شده و در تشخیص نقاط چرخش نوسانات ضعف نسبی دارد. این تفاوت رفتاری نشان می‌دهد که انتخاب افق زمانی مناسب در پیش‌بینی، بستگی مستقیمی به پویایی خاص هر دارایی دارد.



شکل ۵. پیش‌بینی نوسانات تحقق‌یافته صندوق قابل معامله اساس  
منبع: یافته‌های پژوهش.

جمع‌بندی یافته‌های فوق نشان می‌دهد که افزودن مؤلفه حافظه طولانی و سازوکار تغییر رژیم به چارچوب HAR، منجر به بهبود نظام‌مند دقت پیش‌بینی نوسانات می‌شود. این نتیجه صرفاً به عملکرد یک صندوق خاص محدود نیست و در اغلب صندوق‌های مورد بررسی مشاهده می‌شود که حاکی از پایداری روش پیشنهادی است. از این منظر، نتایج پژوهش بیش از آنکه صندوق محور باشد، بر کارایی روش‌شناختی مدل‌های ترکیبی در مواجهه با ویژگی‌های پیچیده نوسانات مالی تأکید دارد.

نهایتاً جهت جمع‌بندی عملکرد شاخص‌ها در توضیح نوسانات، بررسی مدل‌های مختلف نشان می‌دهد که مدل پایه HAR به تنهایی توان کافی برای تبیین رفتار پیچیده نوسانات

صندوق‌ها را ندارد. افزودن مؤلفه حافظه طولانی (LM) در صندوق‌هایی با نوسانات پایدار و روندهای بلندمدت، بیشترین تأثیر مثبت را داشته و توان توضیح‌دهندگی را به شدت افزایش داده است. در مقابل، مؤلفه مارکوف سوئیچینگ (MS) به‌ویژه در صندوق‌هایی با تغییرات ساختاری ناگهانی و نوسانات متغیر، نقش تعیین‌کننده‌ای ایفا کرده و در مواردی بهترین عملکرد را ثبت نموده است. مؤلفه پرش (J) اثری محدودتر و وابسته به ویژگی‌های خاص هر صندوق داشته؛ در برخی صندوق‌ها بهبود دقت را به همراه داشته و در برخی دیگر تأثیر معناداری نشان نداده است. به طور کلی، ترکیب همزمان حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ در اغلب صندوق‌ها نسبت به مدل پایه برتر است، اما بهترین مدل نهایی برای هر صندوق متفاوت است و به ساختار رفتاری آن بستگی دارد. این یافته تأکید می‌کند که برای پیش‌بینی دقیق نوسانات، باید مدلی متناسب با ویژگی‌های هر صندوق انتخاب شود.

### تحلیل پایداری رژیم‌ها و میانگین مدت ماندگاری

به منظور درک بهتر رفتار پویای نوسانات در صندوق‌های مختلف، ماتریس احتمال انتقال، احتمالات پایدار و میانگین مدت ماندگاری هر رژیم برای مدل‌های برتر حاوی مارکوف سوئیچینگ در جدول ۸ گزارش شده است که برای همه مدل‌های حاوی مارکوف سوئیچینگ (MS-HAR, MS-LM-HAR و نسخه‌های دارای پرش)، میانگین مدت ماندگاری هر رژیم با استفاده از فرمول استاندارد ذیل مورد محاسبه قرار گرفته است.

$$\text{مدت} = \frac{1}{1 - P_{ii}}$$

جدول ۸. ماتریس احتمال انتقال، احتمالات پایدار و میانگین مدت ماندگاری رژیم‌ها برای مدل‌های برتر هر صندوق

صندوق	مدل برتر	$P_{11}$	$P_{12}$	$P_{21}$	$P_{22}$	احتمال پایدار		میانگین مدت ماندگاری	میانگین مدت ماندگاری
						رژیم ۱	رژیم ۲	رژیم ۱ (روز)	رژیم ۲ (روز)
آگاس	MS-LM-HAR	۰/۹۸۷۲	۰/۰۱۲۸	۰/۰۹۱۲	۰/۹۰۸۸	۰/۸۷۷	۰/۱۲۳	۷۸/۱	۱۱
کاریس	MS-LM-HAR-J	۰/۹۸۹۷	۰/۰۱۰۳	۰/۰۳۳۹	۰/۹۶۶۱	۰/۷۶۷	۰/۲۳۳	۹۷/۱	۲۹/۵
اطلس	MS-LM-HAR	۰/۹۲۶۲	۰/۰۷۳۸	۰/۰۳۲۹	۰/۹۶۷۱	۰/۳۰۸	۰/۶۹۲	۱۳/۶	۳۰/۴
سرو	MS-HAR	۰/۷۰۴۴	۰/۲۹۵۶	۰/۰۸۷۲	۰/۹۱۲۸	۰/۲۲۸	۰/۷۷۲	۳/۴	۱۱/۵
آساس	MS-LM-HAR	۰/۹۶۴۷	۰/۰۳۵۳	۰/۱۳۵۰	۰/۸۶۵۰	۰/۷۹۳	۰/۲۰۷	۲۸/۳	۷/۴

منبع: یافته‌های پژوهش.

نتایج نشان می‌دهد که در تمامی صندوق‌ها، مقادیر قطری ماتریس ( $P_{11}$  و  $P_{22}$ ) به طور قابل توجهی بیشتر از مقادیر غیرقطری هستند که بیانگر پایداری بالای رژیم‌ها و عدم تغییر مکرر وضعیت نوسانی در بازار است.

صندوق آگاس با مدل MS-LM-HAR دارای بالاترین میانگین مدت ماندگاری در رژیم کم‌نوسان ( $78/1$  روز) است. این بدان معناست که پس از ورود به رژیم با نوسانات پایین، بازار به طور متوسط بیش از دو ماه در همین وضعیت باقی می‌ماند. در مقابل، رژیم پرنوسان در این صندوق تنها ۱۱ روز دوام دارد که نشان‌دهنده گذرای شوک‌های نوسانی است. ندوق کاریس با مدل MS-LM-HAR-J طولانی‌ترین میانگین مدت ماندگاری را در هر دو رژیم نشان می‌دهد ( $97$  روز در رژیم کم‌نوسان و  $29/5$  روز در رژیم پرنوسان). این ویژگی حاکی از ساختار بسیار پایدار و رژیم‌های ماندگار در این صندوق است که احتمالاً به ترکیب دارایی‌ها و استراتژی معاملاتی آن مرتبط می‌شود. در نقطه مقابل، صندوق سرو با مدل MS-HAR کوتاه‌ترین میانگین مدت ماندگاری را در رژیم کم‌نوسان ( $3/4$  روز) دارد. این نتیجه با یافته‌های قبلی جدول ۶ همخوانی دارد که نشان داد صندوق سرو بیشترین حساسیت را به تغییر رژیم‌های نوسانی دارد و به سرعت بین وضعیت‌های کم‌نوسان و پرنوسان جابه‌جا می‌شود. صندوق اطلس با وجود اینکه احتمال پایدار رژیم پرنوسان ( $0/692$ ) بیشتر از رژیم کم‌نوسان است، اما میانگین مدت ماندگاری در رژیم کم‌نوسان ( $13/6$  روز) در مقایسه با رژیم پرنوسان ( $30/4$  روز) کوتاه‌تر است. این الگوی غیرمعمول نشان می‌دهد که در این صندوق، وضعیت پرنوسان اگرچه فراوانی وقوع کمتری دارد (احتمال پایدار کمتر)، اما زمانی که رخ می‌دهد، مدت بیشتری باقی می‌ماند. نهایتاً اینکه صندوق اساس الگوی متعادل‌تری را نشان می‌دهد: احتمال پایدار رژیم کم‌نوسان ( $0/793$ ) به مراتب بیشتر از رژیم پرنوسان است و میانگین مدت ماندگاری در رژیم کم‌نوسان ( $28/3$  روز) نیز به طور محسوسی بالاتر از رژیم پرنوسان ( $7/4$  روز) است. این ساختار با یافته‌های جدول ۷ که نشان داد صندوق اساس عمدتاً به روندهای بلندمدت واکنش نشان می‌دهد، همخوانی کامل دارد.

به طور کلی، تحلیل میانگین مدت ماندگاری رژیم‌ها نشان می‌دهد که صندوق‌های کاریس و آگاس دارای پایدارترین ساختار رژیمی هستند، در حالی که صندوق سرو ناپایدارترین و سریع‌تغییرترین رفتار نوسانی را دارد. این نتایج می‌تواند به مدیران صندوق‌ها در انتخاب افق زمانی مناسب برای پوشش ریسک و تعیین استراتژی‌های پویا کمک کند.

## نتیجه‌گیری و پیشنهادات

پژوهش حاضر با تمرکز بر پیش‌بینی نوسانات پنج صندوق قابل معامله در بازار سرمایه ایران، تلاش کرد با توسعه چارچوب HAR و ترکیب آن با مؤلفه‌های حافظه طولانی، تغییر رژیم و پرش، رفتار پیچیده نوسانات را با دقت بیشتری مدل‌سازی کند. با توجه به ویژگی‌های بازار سرمایه ایران، از جمله نقدشوندگی محدود و احتمال وجود نویز ریزساختار در داده‌های پرتکرار، در این پژوهش حساسیت نتایج نسبت به روش تشخیص مؤلفه پرش نیز مورد توجه قرار گرفت. بررسی‌ها نشان داد که اگرچه اندازه و معناداری ضرایب پرش در برخی صندوق‌ها با تغییر تعریف یا آستانه تشخیص دچار نوسانات جزئی می‌شود، اما الگوی کلی عملکرد مدل‌ها و رتبه‌بندی آن‌ها بر اساس معیارهای دقت پیش‌بینی نظیر MAE و MSE تغییر معناداری ندارد. این نتیجه حاکی از آن است که یافته‌های اصلی پژوهش نسبت به انتخاب خاص روش تشخیص پرش از پایداری مناسبی برخوردارند.

نتایج تجربی نشان داد که مدل‌های پایه HAR به‌تنهایی توان محدودی در تبیین نوسانات روزانه صندوق‌ها دارند و ترکیب آن‌ها با مؤلفه‌های پیشرفته‌تر در اغلب موارد منجر به بهبود دقت پیش‌بینی می‌شود. در میان مؤلفه‌های بررسی‌شده، حافظه طولانی در بیشتر صندوق‌ها نقش کلیدی در افزایش توان توضیحی مدل ایفا کرد و بیانگر وجود الگوهای پایدار و بلندمدت در رفتار نوسانات بود، هرچند شدت و معناداری این اثر در همه صندوق‌ها یکسان نبود. مؤلفه مارکوف سوئیچینگ به‌ویژه در صندوق‌هایی با تغییرات ساختاری شدید، مانند «سرو» و «اطلس»، به بهبود چشمگیر عملکرد مدل‌ها انجامید، در حالی که در صندوق‌هایی با نوسانات پایدارتر نظیر «اساس» نقش محدودتری داشت. مؤلفه پرش نیز به‌صورت مستقل اثر غالبی بر عملکرد مدل‌ها نشان نداد و تنها در ترکیب با حافظه طولانی و تغییر رژیم، آن‌هم در برخی صندوق‌ها، به بهبود پیش‌بینی منجر شد؛ امری که بیانگر وابستگی اثر پرش به ماهیت نوسانات هر صندوق است.

ناهمگنی مشاهده‌شده در واکنش صندوق‌ها به مؤلفه‌های مختلف را می‌توان از منظر تفاوت در ویژگی‌های ساختاری و معاملاتی آن‌ها تبیین کرد. صندوق‌هایی با نقدشوندگی و عمق بازار بالاتر، شوک‌های اطلاعاتی و پرش‌های قیمتی را سریع‌تر جذب می‌کنند و در نتیجه، نقش پرش‌ها در آن‌ها کوتاه‌مدت‌تر است و الگوهای بلندمدت یا رژیم‌های نوسانی اهمیت بیشتری می‌یابند. در مقابل، صندوق‌هایی با نقدشوندگی محدودتر یا تمرکز بالاتر معاملات، نسبت به شوک‌های ناگهانی حساس‌تر بوده و اثر پرش‌ها می‌تواند پایدارتری بیشتری در نوسانات آن‌ها ایجاد کند. افزون بر این، اندازه صندوق، ترکیب دارایی‌های پایه و قیود معاملاتی و مقرراتی حاکم بر بازار سرمایه ایران نیز می‌تواند به انتقال ناهمگون شوک‌ها به نوسانات صندوق‌ها منجر شود. این تفاوت‌ها توضیح

می‌دهد که چرا یک مدل واحد برای همه صندوق‌ها بهینه نیست و انتخاب مدل باید متناسب با ویژگی‌های اقتصادی و معاملاتی هر صندوق انجام شود.

تحلیل تفصیلی هر صندوق نیز این نتیجه را تأیید کرد. برای مثال، در صندوق «آگاس» ترکیب پرش و مارکوف سوئیچینگ بهترین عملکرد را داشت، در حالی که در «کاریس» حضور هم‌زمان حافظه طولانی و تغییر رژیم بیشترین بهبود را ایجاد کرد. صندوق «سرو» بیشترین حساسیت را به تغییر رژیم‌ها نشان داد، «اطلس» بیش از همه از ترکیب حافظه طولانی و مارکوف سوئیچینگ بهره برد و در نهایت، صندوق «اساس» عمدتاً به روندهای بلندمدت واکنش نشان داد و افزایش پیچیدگی مدل به بهبود عملکرد آن منجر نشد. این نتایج بر اهمیت شناخت دقیق ویژگی‌های هر صندوق پیش از انتخاب مدل پیش‌بینی تأکید دارد.

از منظر کاربردی، نتایج پژوهش نشان می‌دهد که مدیران صندوق‌ها، به‌ویژه در صندوق‌هایی با نوسانات متغیر و پیچیده، می‌توانند با بهره‌گیری از مدل‌های ترکیبی شامل حافظه طولانی و رژیم‌های مارکوفی، دقت پیش‌بینی نوسان و مدیریت ریسک را بهبود بخشند. همچنین، پایش مؤلفه پرش می‌تواند به‌عنوان یک شاخص هشدار اولیه برای شناسایی شوک‌های ناگهانی بازار مورد استفاده قرار گیرد. در مقابل، برای صندوق‌هایی با نوسانات پایدارتر، به‌کارگیری مدل‌های ساده‌تر می‌تواند از پیچیدگی غیرضروری و بیش‌برازش جلوگیری کند.

در پایان، این پژوهش مسیرهای متعددی را برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌کند. از جمله، بررسی اثر انتخاب فرکانس‌های زمانی متفاوت برای محاسبه نوسان تحقق‌یافته، استفاده از داده‌های با فرکانس بالاتر، انجام آزمون‌های حساسیت نسبت به نویز ریزساختار، و نیز توسعه ارزیابی دقت پیش‌بینی فراتر از معیارهای توصیفی خطا، به‌کارگیری آزمون‌های معنی‌داری تفاوت دقت پیش‌بینی، مانند آزمون دایبولد - مارینو<sup>۱</sup> و رویکردهای مبتنی بر مجموعه اطمینان مدل، می‌تواند به تقویت استنباط‌های آماری و مقایسه دقیق‌تر عملکرد مدل‌ها منجر شود. مجموع این موارد نشان می‌دهد که رویکردی جامع، انعطاف‌پذیر و متناسب با ویژگی‌های هر صندوق، بهترین چارچوب برای تحلیل و پیش‌بینی نوسانات در بازارهای مالی فراهم می‌کند.

## منابع

حلاجی، شیوا، معدن‌چی زاج، مهدی، اوحدی، فریدون، و وکیلی فرد، حمیدرضا. (۱۴۰۳). پیش‌بینی CVaR مبتنی بر معاملات درون‌روزی در ETFهای بورس تهران: رویکرد مدل‌های خود رگرسیون

<sup>1</sup>. Diebold–Mariano

ناهمگن. تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، ۹(۳)، ۸۱۶ - ۸۳۲. قابل دسترسی از <https://10.22105/dmor.2024.489195.1889>

زمردیان، غلامرضا، رهنمای رودپشتی، فریدون، و برزآبادی فراهانی، مریم. (۱۳۹۸). رتبه‌بندی صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله (ETF) بر اساس رویکرد ارزش در معرض خطر پارامتریک. *دانش سرمایه‌گذاری*، ۱(۳۱)، ۲۰۸-۱۹۳.

فلاح‌پور، سعید، و مطهری‌نیا، وحید. (۱۳۹۵). مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسان تحقق‌یافته با در نظر گرفتن پرش در بورس اوراق بهادار تهران. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۱(۳۲)، ۱۷۱-۱۹۰.

محمدی الموتی، محمود، حدادی، محمدرضا، و نادمی، یونس. (۱۳۹۷). مدل‌سازی و ارزیابی پیش‌بینی مدل‌های مختلف حافظه کوتاه‌مدت، حافظه طولانی، مارکوف سوئیچینگ و هاپریولیک گارچ در پیش‌بینی نوسانات قیمت نفت خام اوپک. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)*، ۹(۳۴)، ۲۴۹-۲۷۲. قابل دسترسی از <https://sid.ir/paper/197568/fa>

محمودی، یعقوب، رهنمای رودپشتی، فریدون، شاهوردیانی، شادی، کردلویی، حمیدرضا، و معدن‌چی زاج، مهدی. (۱۴۰۰). آزمون فرضیه بازار فرکتال با مدل تغییر رژیم مارکوف در بازار بورس تهران (یک ترکیب و همگرایی امکانپذیر). *اقتصاد مالی (اقتصاد مالی و توسعه)*، ۱۵(۵۴)، ۱-۲۱. قابل دسترسی از <https://sid.ir/paper/413804/fa>

هوشمندی، سمن، حسینی، سید شمس‌الدین، معمارنژاد، عباس، و غفاری، فرهاد. (۱۴۰۰). اثر نوسانات ارزی بر شاخص قیمتی فرآورده‌های نفتی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل MS-VAR. *اقتصاد پولی مالی*، ۱۱(۲۲)، ۱۵۳-۱۷۷.

## References

Alizadeh, A. H., Huang, C. -Y., & Marsh, I. W. (2021) Modelling the Volatility of TOCOM Energy Futures: A Regime Switching Realized Volatility Approach. *Energy Economics*, 93. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2019.06.019>.

Andersen, T. G., & Bollerslev, T. (1998). Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, 39, 885-905. Retrieved from <https://doi.org/10.2307/2527343>.

Baillie, R. T., Calonaci, F., Cho, D., & Rho, S. (2019). Long memory, realized volatility and heterogeneous autoregressive models. *Journal of Time Series Analysis*, 40(4), 609-628. Retrieved from <https://doi.org/10.1111/jtsa.12470>.

Barndorff-Nielsen, O. E., & Shephard, N. (2004). Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps. *Journal of Financial Econometrics*, 2, 1–37. Retrieved from <https://ssrn.com/abstract=821712>.

Branger, N., Schlag, C., & Schneider, E. (2008). Optimal portfolios when volatility can jump. *Journal of Banking and Finance*, 32(6), 1087–1097. Retrieved from [10.1016/j.jbankfin.2007.09.015](https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2007.09.015).

Brodsky, J., & Hurvich, C. M. (1999) Multi-Step Forecasting for Long-Memory Processes. *Journal of Forecasting*, 18, 59-75. Retrieved from [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-131X\(199901\)18:1<59::AID-FOR711>3.0.CO;2-V](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-131X(199901)18:1<59::AID-FOR711>3.0.CO;2-V).

Corsi, F. (2009). A Simple Approximate Long-Memory Model of Realized Volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7(2), 174–196. Retrieved from <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbp001>.

Corsi, F., Mittnik, S., Pigorsch, C., & Pigorsch, U. (2008). The Volatility of Realized Volatility. *Econometric Reviews*, 27(1–3), 46–78. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/07474930701853616>.

Diebold, F. X., & Inoue, A. (2001) Long Memory and Regime Switching. *Journal of Econometrics*, 105, 131-159. Retrieved from [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(01\)00073-2](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(01)00073-2).

Fallahpour, S., & Motaharinia, V. (2017). Including Jump Components in Modeling and Forecasting Realized Volatility: Evidence from Tehran Stock Exchange. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 8(32), 171-190. Retrieved from <https://sid.ir/paper/197838/en>. [In Persian]

Hallaji, S., Madanchi Zaj, M., Ohadi, F., & Vakilifard, H. (2024). Forecasting of CVaR based on intraday trading in Tehran ETFs: The approach of heterogeneous autoregression models. *Journal of Decisions and Operations Research*, 9(3), 816-832. Retrieved from <https://doi.org/10.22105/dmor.2024.489195.1889>. [In Persian]

Hosking, J. R. M. (1981). Fractional Differencing. *Biometrika*, 68, 165-176. Retrieved from <https://doi.org/10.2307/2335817>.

houshmandi, S., Hosseini, S. S., Memarnejad, A., & Ghaffari, F. (2022). The Effect of Exchange Fluctuations on the Petroleum Products Stock Index by using MS-VAR. *Monetary & Financial Economics*, 28(22), 153-177. Retrieved from [doi: 10.22067/mfe.2022.71498.1097](https://doi.org/10.22067/mfe.2022.71498.1097). [In Persian]

Huang, Y. R., Wan, Z. L., Li, H. Y., & Luo, Y. (2024). Forecasting Volatility Based on a New Combined HAR-Type Model with Long Memory and Switching Regime. *Journal of Mathematical Finance*,

14(1), 103–123. Retrieved from <https://doi.org/10.4236/jmf.2024.141005>.

Liu, H. C., Chiang, S. M., & Cheng, N. Y. P. (2012). Forecasting the volatility of S&P depositary receipts using GARCH-type models under intraday range-based and return-based proxy measures. *International Review of Economics & Finance*, 22, 78–91. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1059056011000931>.

Mahmoudi, Y., Shahverdiani, S., Kordlouei, H. R., & Madanchizaj, M. (2024). Testing the Fractal Market Hypothesis with the Markov Regime Change Model: A Possible Combination and Convergence. *Journal of Investment Knowledge*, 13(49), 421-440. Retrieved from [https://www.jik-ifea.ir/article\\_22069\\_en.html](https://www.jik-ifea.ir/article_22069_en.html). [In Persian]

McAleer, M., & Medeiros, M. C. (2008). A multiple regime smooth transition Heterogeneous Autoregressive model for long memory and asymmetries. *Journal of Econometrics*, 147(1), Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.09.032>.

Mohammadi, A. M., Haddadi, M., & Nademi, Y. (2018). Modeling and Forecasting Evaluation of Different Models of Short-Term Memory, Long-Term Memory, Markov Switching and Hyperbolic GARCH in Forecasting OPEC Crude Oil Price Volatility. *Financial Engineering and Securities Management (Portfolio Management)*, 9(34), 249-272. [In Persian]

Oduami, B. O. (2021). Forecasting the Value-at-Risk of REITs using realized volatility jump models. *The North American Journal of Economics and Finance*, 58, 101426. Retrieved from [10.1016/j.najef.2021.101426](https://doi.org/10.1016/j.najef.2021.101426).

Patlasov, D. (2025). Hybrid Approaches to Predicting Realized ETF Volatility: Deep Learning and the Recovery Theorem. *Higher School of Economics Economic Journal*, 29(1), 103-131. Retrieved from <https://doi.org/10.17323/1813-8691-2025-29-1-103-131>.

Qiao, G., Pan, Y., & Liang, C. (2024). Forecasting volatility in Chinese crude oil futures: insights from volatility-of-volatility and Markov regime-switching approaches. *Quantitative Finance*, 24(12), 1839-1856. Retrieved from [10.1080/14697688.2024.2434127](https://doi.org/10.1080/14697688.2024.2434127).

Roshan Sarvestani, M. R. (2021). Presenting a suitable model to investigate the long-term memory of the banking industry index in the Tehran Stock Exchange using the ARFIMA model. *National Conference on Organization and Management Research*, Retrieved from <https://sid.ir/paper/901368/fa>.

Shi, Y. (2015). Can We Distinguish Regime Switching from Long Memory? A Simulation Evidence. *Applied Economics Letters*, 22, 318-323. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/13504851.2014.941526>.

Tankov, P. (2003). *Financial modelling with jump processes* (2). Florida: CRC Press.

Wang, C. S. -H., Bauwens, L., & Hsiao, C. (2013). Forecasting a Long Memory Process Subject to Structural Breaks. *Journal of Econometrics*, 177, 171-184. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2013.04.006>.

Wang, H. (2025). Intraday volatility in financial markets: Evidence from high-frequency data. Retrieved from [https://ink.library.smu.edu.sg/etd\\_coll/710](https://ink.library.smu.edu.sg/etd_coll/710).

Zomorodian, G., Rahnamay, R. F., & Borzabadi, F. M. (2019). The ranking of Exchange, Trade Funds (ETFs); Applying the parametric value at risk approach. *Investment Knowledge*, 8(31), 193-208. Retrieved from [https://www.jik-ifea.ir/article\\_14772.html](https://www.jik-ifea.ir/article_14772.html). [In Persian]