مجله تحقيقات اقتصادي / شماره ٧٣ / خرداد و تير ١٣٨٥ / صفحات ٢٣١-٢١١

تعيين سبد سهام بهينه در بازار بورس ايران بر اساس نظريه ارزش در معرض ريسك

حميد خالوزاده*

نسيبه اميري**

تاريخ دريافت: ٨٤/٣/٢٩ تاريخ پذيرش: ٨٤/٧/٢٠

چكيده

تحقيقات بسياري در سال‌هاي اخير براي توسعه روش‌هاي مديريت ريسك بر اساس نظريه ارزش در معرض ريسك[1] (VaR) انجام شده است. در اين مقاله با استفاده از الگوريتم‌هاي ژنتيك[2] (GA) سبد سهام بهينه‌اي به‌دست مي‌آيد كه داراي سود ماكزيمم است ضمن آن‌كه داراي قيدي روي ريسك سبد است. معيار برآورد ريسك نيز VaR در نظر گرفته شده است. اين معيار به‌سادگي و تنها با يك عدد ريسك بازار را مدل مي‌كند. روش GA، از جمله الگوريتم‌هاي بهينه‌سازي عددي بوده كه از ژنتيك طبيعي و روند تكامل در طبيعت الهام گرفته‌اند. مزيت اصلي اين الگوريتم ها، انعطاف‌پذيري بسيار بالاي آنها در برخورد با مسائل پيچيده و عدم‌نياز به‌شرايط رياضي خاص مانند پيوستگي و مشتق‌پذيري توابع است. شبيه‌سازي براي سبد سهامي متشكل از ١٢ شركت مختلف در بازار بورس تهران انجام شده است. نتايج به‌دست آمده نشانگركارايي روش مدلسازي ريسك بازار بر مبناي نظريه ارزش در معرض ريسك و روش بهينه‌سازي الگوريتم‌هاي ژنتيك در به‌دست آوردن وزن‌هاي بهينه سبد سهام با در نظر گرفتن محدوديت بر روي ريسك است.

طبقه‌بندي **JEL**:G1، G11.

كليد واژه: نظريه ارزش در معرض ريسك (VaR)، انتخاب سبد سهام، سبد سهام بهينه، الگوريتم بهينه‌سازي ژنتيك.

---

* استاديار گروه كنترل، دانشكده مهندسي برق، دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي
h_khaloozadeh@kntu.ac.ir

** دانشجوي كارشناسي ارشد كنترل، گروه برق، دانشگاه فردوسي مشهد
nasibeh_530@yahoo.com

1- Value-at-Risk
2- Genetic Algorithms

۱- مقدمه

وجود هر نوع عدم‌قطعيت در مدلسازي بازارهـاي مـالي و عوامـل مـؤثر بـر آن موجب بروز مقداري ريسك در فرايند تصميم‌گيري مي‌شود. ايـن ريـسك قابليـت كاهش انواع معيارهاي مالي مثل درآمدها، نقدينگي، ارزش سرمايه و غيره را دارد. انواع ريسك موجود و مؤثر در عملكردهاي مالي بسيار متنوع بوده كه از جمله آنها مي‌توان به‌ريسك تجاري[۱]، ريـسك بـازار[۲]، ريـسك اعتبـاري[۳]، ريـسك عمليـاتي[٤] (عملكـردي)، ريـسك حقـوقي[٥]، ريـسك تكنولـوژي[٦]، ريـسك سياسـي[۷]، ريـسك نقدينگي[۸] و ريسك مدل[۹] اشاره كرد. در بين انواع مختلـف ريـسك‌هـاي موجـود، تقريباً اكثر معاملات با ريسك از نوع ريسك بازار مواجه هستند. ميزان رو بـه‌رشـد فعاليت‌هاي تجاري، معاملاتي و ناپايداري بازارهاي مالي موجـب تـرويج و توسـعه مطالعات جديد روي ريسك شده و همچنين افزايش نياز بـه‌مـشاركت‌هـاي مـالي باعث توسعه تكنيك‌هاي نوين اندازه‌گيري ريسك شده است. در سـال‌هـاي اخيـر VaR به‌يك معيار محبوب ارزيابي ريسك بازار تبديل شده است به‌طوري‌كـه ايـن نظريه به‌شكل وسيعي توسط مؤسسات و شركت‌هاي مالي و مديران سرمايه بـراي كنترل ريسك سبد سهام به‌كار مي‌رود[۱۰] . مدل‌هاي VaR اجزاي مختلـف ريـسك قيمت را در يك معيار كمي جمع مي‌كند. دليل اصلي توجه به‌اين معيـار ريـسك اين است كه VaR ريسك كل سبد سهام را تنها با يك عدد بيـان مـي‌كنـد.VaR نظير با يك سبد سهام، تابعي از دو پارامتر افق زماني[۱۱] (متناظر با بيـشترين بـازه زماني آينده است و كليه محاسبات با توجه به‌اين پارامتر انجام مي‌شـود) و سـطح

1- Business risk.
2- Market risk.
3- Credit risk.
4- Operational risk.
5- Legal risk.
6- Technological risk.
7- Political risk.
8- Liquidity risk.
9- Model risk.
10- Gregory, P. C. (ED.) (1959).
11- Time horizon.

اطمينان[1] است (با توجه به‌مفروضات هر مسأله اين پارامتر نشانگر احتمال برآورده شدن خواسته‌هاي آن مسأله خواهد بود) و به‌طور خلاصه اين معيار بيـشينه ضـرر مورد انتظار را روي افق زماني مورد نظر با سطح اطمينان خاصي نشان مي‌دهد.

مهم‌ترين روش‌هاي محاسبه VaR عبارتند از: روش واريانس-كوواريانس[2]، روش شبيه‌سازي داده‌هاي تاريخي[3] و روش مونت كارلو[4]، البته تكنيك‌هاي ديگري مثل VaR خطي و VaR دلتا-گاما نيز به‌كار مي‌رونـد[5] . روش واريـانس-كوواريـانس و روش مونت كارلو بر پايه فرض توزيع نرمال بازده[6] استوار است.

در مدل‌هاي كلاسيك انتخاب سبد سهام، هدف سرمايه گذاران ماكزيمم كردن ميزان سود مورد انتظار سبد سهام است. اگر توزيع بازده سبد سهام و تـابع سـود، مشخص و داراي خصوصيات خاصي باشد مي‌تـوان ايـن مـاكزيمم‌سـازي را بـراي كمينه كردن يك معيار برآورد ريسك سبد سهام، انجام داد ضمن ايـن‌كـه مقـدار مشخص و معيني براي ميانگين بازده تعيين شـده اسـت. اولـين بـار مـاركويتز[7] و توبين[8] اين نوع مدل را بر مبناي معيار ميانگين-ريـسك پيـشنهاد دادنـد و بـراي انـدازه‌گيـري ريـسك، واريـانس را انتخـاب كردنـد. پـس از آن بـر اسـاس روش بهينه‌سازي ميانگين-واريانس كارها و تحقيقات زيـادي انجـام شـد [۵، ۶ و۷]. در مرجع[9][۸]، VaR با چند معيار مهـم ديگـر انـدازه‌گيـري ريـسك از ديـد مـسائل بهينه‌سازي به‌لحاظ خصوصيات تئوريك و محاسباتي مقايسه شـده اسـت. نتيجـه اين مقايسه بيان مي‌كند با وجود اين‌كه بهينه‌سازي VaR ذاتاً بسيار مـشكل‌تـر از انواع ديگر بهينه‌سازي‌هاي ريسك است ولي يافتن سبد سهام ميانگين-VaR يـك مسأله قابل تحقق و ممكن[10] است. از طرفي، ديگر معيارهاي اندازه‌گيري ريـسك،

1- Confidence level.
2- Variance-Covariance.
3- Historical simulation.
4- Mont Carlo.
5- Varcholova, T., Rimarcik. M., (1952).
6- Return.
7- Markowitz, H. M.
8- Tobin, J., (1958).
9- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001).
10- Feasible.

جانشين مناسبي براي VaR نيستند. بنابراين نياز به‌بررسي سبد سهام بهينه با معيار VaR و يافتن راه حل عملي در غالب يك شبيه‌سازي موفق، كاملاً محسوس است.

در اين مقاله ايده VaR با بهينه‌سازي سبد سهام تركيب شده و سبد سهام بهينه با استفاده از الگوريتم‌هاي ژنتيك به‌دست آمده است به‌طوري‌كه ضمن دارا بودن ماكزيمم بازده سبد سهام حاصله، قيد روي VaR نيز برآورده مي‌شود. در ادامه ابتدا در بخش ۲ فرمولاسيون مورد نياز مسأله تبيين و ارائه مي‌شود. سپس در بخش ۳ الگوريتم ژنتيك به‌عنوان روشي بسيار قوي در بهينه‌سازي مسائل متعارف و غيرمتعارف[۱]، مختصراً شرح داده مي‌شود. در بخش آخر، نتايج حاصل از شبيه‌سازي با استفاده از سري زماني مربوط به‌دوازده شركت متعلق به‌صنايع مختلف در بازار بورس ايران با استفاده از فرمولاسيون مربوط به‌مسأله چگونگي انتخاب سبد سهام بهينه و الگوريتم بهينه‌سازي ژنتيك آورده شده است. درصد هر يك از دوازده سهم در سبد سهام به‌گونه‌اي تعيين مي‌شود كه قيد روي ريسك برآورده شود، ضمناً با وجود اين قيد سبد سهام به‌دست آمده بايد داراي بازده ماكزيمم باشد.

۲- مدلسازي مسأله انتخاب سبد سهام طبق نظريه **VaR**

همان‌طور كه گفته شد هدف اصلي در اين تحقيق، بهينه‌سازي سبد سهام با وجود معيار برآورد ريسك VaR است به‌طوري‌كه سبد سهام بهينه ميانگين-VaR به‌دست آيد. يعني با در نظر گرفتن حد بالاي قابل قبول براي ميزان ريسك، سبد سهام مورد نظر با بازده ماكزيمم تعيين شود.

براي تبيين مسأله فوق يك مجموعه محدود سرمايه $i = 1,...,n$ را در نظر مي‌گيريم كه به‌عنوان مثال مي‌تواند شامل هر نوع سرمايه مالي، سهام و اوراق قرضه باشد. وضعيت اين سرمايه‌ها سبد سهام x را مشخص مي‌كند.

۱- دراين الگوريتم كه بر پايه جستجوي تصادفي قانونمند است نياز به شرايط پيوستگي، مشتق پذيري و تحدب براي رسيدن به نقطه بهينه مطلق نيست.

$x = (x_1, ..., x_n)$

فاكتورهاي ريسك[۱] v هر نوع ريسك و عدم‌قطعيت موجود اجـزاي پرتفـوي در بازارهاي مالي مثل عدم‌قطعيت نرخ سود، قيمت سهام و ... را توصيف مي‌كنند.

$v = (v_1, ..., v_n)$

مقدار و ارزش سبد سهام x براي مقادير داده شـده فـاكتورهـاي ريـسك v بـا $p(x,v)$ نشان داده مي‌شود كه در حالت كلـي ممكـن اسـت تـابعي غيرخطـي و پيچيده يا حتي تابعي گسسته از x و v باشد. ولي معمولاً نسبت به‌وضعيت سبد سهام جداپذير[۲] است به‌اين معني كه قابل تفكيك بوده و مي‌توان اثر كلي و برايند را از اثر تك تك اجزا به‌دست آورد:

$$p(x,v) = \sum_{i=1}^{n} p_i(x_i, v) \quad (۱)$$

و يا حتي ممكن است نسبت به x خطي باشد.

$$p(x,v) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i(v) \quad (۲-۲)$$

و گاهي مي‌تواند نسبت به‌وضعيت سبد سهام و نيز فاكتورهاي ريسك خطي باشد، مثل مواردي كه سبد سهام شامل سهام‌هايي بـا موقعيـت و وضـعيت يكـساني در شروع مطالعه است در اين‌صورت فاكتورهاي ريسك همان قيمـت سـهام خواهنـد بود. در شبيه‌سازي‌اي كه در اين مقاله انجام شده نيز ايـن حالـت در نظـر گرفتـه شده است، يعني:

$$p(x,v) = \sum_{i=1}^{n} x_i v_i \quad (۳)$$

اگر مقادير فاكتورهاي ريسك مشخص و معلوم در زمـان $t = 0$ بـا v^0 نـشان داده شود در اين مرحله هدف تعيين تغييرات سـبد سـهام در زمـان $t = 1$ اسـت. البته اين افق زماني مي‌تواند چند روز يا چند هفته نيز در نظر گرفتـه شـود. تـابع

1- Risk factor.
2- Separable.

چگالي احتمال[1] فاكتورهاي ريسك در زمان $t=1$ را مي‌توان معلوم فرض كـرد در واقع مي‌توان تابع چگالي خاصـي را بـراي آن در نظـر گرفـت و يـا آنهـا را از روي داده‌هاي گذشته به‌دست آورد. در صورتيكه رفتار v در زمان $t=1$ با تابع چگالي احتمال معلوم $f(v)$ بيان شود. رفتار مقدار سبد سـهام $p(x,v)$ در زمـان $t=1$ با تابع چگالي احتمال مشترك $\varphi(x,v)$ به‌صورت زير بيان مي‌شود:

$$P\{p(x,v)\geq p\}=\int_{p}^{\infty}\varphi(x,y)dy$$

كه به‌كمك تابع مقدار سبد سهام $p(x,v)$ و توزيع فـاكتورهـاي ريـسك $f(v)$، به‌صورت زير قابل بيان است:

$$\varphi(x,y)=\int_{p(x,v)=y}f(v)dv \qquad (٤)$$

در عمل پيدا كردن اين تابع توزيع كار بسيار مشكلي است. مخصوصاً وقتي كه سبد سهام حاوي صدها سهام گوناگون است و تابع مقـدار سـبد سـهام $p(x,v)$، غيرخطي است. روش‌هاي پارامتري و شبيه‌سـازي‌هـاي مختلفـي بـراي حـل ايـن مسأله پيشنهاد شده است[2]. با استفاده از روش‌هاي ناپارامتري نيز مـي‌تـوان توابـع چگالي احتمال مربوط به‌هر سهم را تخمين زد، در ايـن پـژوهش همـان‌طـور كـه مجددا اشاره خواهد شد، با داشتن داده‌هاي گذشته از الگوريتم هموارسازي كرنل[3] استفاده شده است.

براي تعريف VaR سبد سهام x، مي‌تـوان بـه‌شـكل زيـر عمـل كـرد. $\bar{p}(x)$ را مقدار اميد سبد سهام x (ميانگين سبد سهام) در زمان $t=1$ در نظـر گرفتـه، در اين‌صورت مي‌توان نوشت:

$$\bar{p}(x)=E_{v}\,p(x,v)=\int p(x,v)f(v)dv \qquad (٥)$$

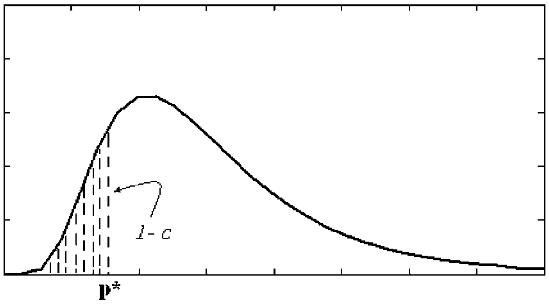
سطح اطمينان $c<1$ كه معمولاً ۰/۹۵ يا ۰/۹۹ فرض مي‌شود را در نظر گرفتـه

1- Probability density function.
2- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001).
3- Kernel smoothing algorithm.

و معادله زير را نسبت به p^* حل مي‌كنيم.

$$\int_{p^*}^{\infty} \varphi(x,y)dy = c \tag{٦}$$

رابطه (٦) بيان مي‌كند كه سطح زير منحني $\varphi(x,y)$ از نقطه p^* تا ∞ برابر c مي‌شود. بنابراين p^* نقطه‌اي است كه سطح هاشور نخورده در شكل زير برابر c است. چون منحني مربوط به‌تابع توزيع چگالي احتمال است، سطح زير منحني برابر يك بوده و لذا سطح هاشور خورده برابر $1-c$ است.



شكل ۱- تعريف p^*

به‌عبارت ديگر مقدار و ارزش سبد سهام x در زمان $t=1$ به‌احتمال c مساوي يا بيشتر از $p^* = p^*(x)$ خواهد بود. به‌اين ترتيب VaR اختلاف بين $\bar{p}(x)$ (ميانگين ارزش سبد سهام x) و $p^*(x)$ است.

$$VaR = \bar{p}(x) - p^*(x) \tag{٧}$$

در حقيقت VaR بيشترين ميزاني است كه به‌احتمال c، مقدار سبد سهام x مي‌تواند از مقدار مورد انتظار كمتر شود. اغلب اوقات مقدار جاري سبد سهام به‌عنوان اميد آن در تعريف VaR به‌كار مي‌رود. يعني:

$$VaR = p(x,v^0) - p^*(x) \tag{٨}$$

اكنون مي‌توان صورت مسأله انتخاب سبد سهام بهينه با وجود قيد VaR را به‌شكل زير بيان كرد: سبد سهام x را به‌گونه‌اي بيابيد كه سود مورد انتظار

ماکزیمم شود، یعني:

$$max \quad \int p(x,v)f(v)dv \qquad (۹)$$

به‌طوري‌که قيد روي VaR زير برآورده شود:

$$\int p(x,v)f(v)dv - p^*(x) \leq V \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1, \qquad x_i \geq 0 \qquad (۱۱)$$

که در آن $p^*(x)$ حل معادله زير نسبت به p^* است.

$$\int_{P^*}^{\infty} \left[\int_{p(x,v)=y} f(v)dv \right] dy = c \qquad (۱۲)$$

اين مسأله در حقيقت متعلق به‌دسته عمـومي مـسائل بهينـه‌سـازي تـصادفي[۱] است. براي مطالعه بيشتر روي خصوصيات اين دسته از مسائل به‌مراجع[۱۰، ۱۱ و ۱۲] مراجعه کنيد. متأسفانه بر خلاف مسأله انتخاب سبد سهام ميانگين- واريانس ماركوويتز، حل اين مسأله بسيار مشكل است. مـشكل اصـلي در يـافتن مجموعـه امكان‌پذير[۲] (۱۰)- (۱۱) است چون حتي در ساده‌ترين موارد اين مجموعه ممكـن است غير محدب[۳] يا حتي گسيخته[۴] باشد. در اين مقاله، ايـن مـسأله را بـه‌كمـك الگوريتم‌هاي ژنتيك که ابزار توانمندي در حل مـسائل غيـر محـدب و غيرخطـي است حل مي‌كنيم.

۳- الگوريتم‌هاي ژنتيك

الگوريتم‌هاي ژنتيك اولين باردر دهه ۱۹۶۰ توسط جان هولند[۵] مطرح شـدند. اين الگوريتم‌ها، الگوريتم‌هاي بهينه‌سازي عددي هستند کـه از ژنتيـك طبيعـي و روند تكامل در طبيعت الهام گرفته‌اند[۶]. مزيت اصلي اين الگوريتم‌ها، انعطاف‌پذيري

1- Stochastic optimization.
2- Feasible set.
3- Non-convex .
4- Disjoint.
5- John Holland.
6- Coley, D. A., (2000).

بسيار بالاي آنها در برخورد با مسائل پيچيده و عدم‌نياز به‌شرايط رياضي خاص مانند پيوستگي و مشتق‌پذيري است. اين الگوريتم‌ها با يك جمعيت اوليه كه هر عضو اين جمعيت به‌عنوان يك جواب پيشنهادي براي حل مسأله بهينه‌سازي است يا گروهي از حدس‌ها شروع مي‌شوند. اين حدس‌ها معمولاً به‌صورت تصادفي انتخاب مي‌شوند و در فضاي جستجوي پاسخ پراكنده‌اند. سپس از سه عملگر انتخاب[۱]، برش[۲] و جهش[۳] (كه بر اساس شباهت با چگونگي تكامل در دنياي واقعي انتخاب شده‌اند) براي هدايت جمعيت در طول نسل‌هاي متوالي به‌سمت همگرايي در نقطه بهينه، استفاده مي‌شود.

عملگر انتخاب، فشاري را مشابه‌انتخاب طبيعي در سيستم‌هاي بيولوژيكي به‌جمعيت اعمال مي‌كند. افرادي كه عملكرد ضعيف‌تري دارند حذف شده و افرادي كه عملكرد بهتري دارند و برازندگي آنها بيشتر است، شانس بيشتري براي بقا خواهند داشت. عملگر برش، اين امكان را مي‌دهد كه اطلاعات و خصيصه‌هاي وراثتي به‌روشي مشابه‌توليد مثل، بين جفت‌هاي جمعيت مبادله شوند و عملگر جهش نيز براي آن است كه تنوع در جمعيت حفظ شود.

براي اعمال الگوريتم ژنتيك پارامترهاي متفاوتي وجود دارد كه بايد توسط طراح تعيين شود. تعداد اعضاي جمعيت، تابع برازندگي[٤]، نوع عملگرهاي انتخاب، جهش و برش از جمله اين موارد هستند. انتخاب مناسب اين پارامترها در همگرايي اين الگوريتم به‌سمت نقطه بهينه سراسري[5] و گير نكردن در نقاط بهينه موضعي[٦]، بسيار حائز اهميت است. در هر مورد با توجه به‌نوع خاص مسأله بايد اين پارامترها را تنظيم و تعيين نمود.

1- Selection.
2- Crossover.
3- Mutation.
4- Fitness function.
5- Global optimal point.
6- Local optimal point.

۱-۳- تابع برازندگي

همان‌طور كه اشاره شد، مسأله بهينه‌سازي سبد سهام مورد نظر در اين پژوهش به‌صورت يك مسأله بهينه‌سازي با وجود محدوديت بيان مي‌شود. دراين مسأله هدف به‌دست آوردن ماتريس به‌نحوي است كه رابطه (۹) ماكزيمم شود در حالي‌كه قيود (۱۰) و (۱۱) نيز برقرار باشند. بنابراين تابع هدف را ميتوان به‌صورت مجموع تواني از اختلاف با مقادير مطلوب قيود، تعريف نمود. هر عضو جمعيت كه مقدار تابع هدف در آن كوچك‌تر باشد، برازندگي بيشتري خواهد داشت و بنابراين شانس بقاي آن عضو در طول نسل‌هاي متوالي بيشتر خواهد بود. در يك مسأله بهينه‌سازي با وجود قيد، محدوديت‌ها ناحيه و فضاي ممكن پاسخ را تعريف مي‌كنند. الگوريتم‌هاي ژنتيك براي كار با مسائل بهينه‌سازي با وجود قيد بسيار مناسب هستند، چرا كه بر خلاف روش‌هاي سنتي لازم نيست قيدها شرايط رياضي خاصي مانند پيوستگي و مشتق‌پذيري را دارا باشند[1].

معمول‌ترين روش در مسائل بهينه‌سازي با قيد، استفاده از توابع جريمه (پنالتي) است. در اين روش مسأله بهينه‌سازي با قيد به‌كمك توابع پنالتي به‌مسأله بهينه‌سازي بدون قيد تبديل مي‌شود. بنابراين تابع برازندگي را مي‌توان به‌شكل زير نوشت:

$$F(x) = \begin{cases} f(x); & x \in \text{feasible region} \\ f(x) + \text{penalty}(x); & x \notin \text{feasible region} \end{cases} \qquad (۱۳)$$

انواع مختلفي از توابع جريمه را مي‌توان در نظر گرفت. در كليه اين روش‌ها براي عدم‌رعايت قيد، جريمه‌اي در نظر گرفته مي‌شود. در اين مقاله، توابع جريمه به‌اين ترتيب تنظيم مي‌شوند كه براي هر عدم‌رعايت قيد، توان زوجي از فاصله تا مرز محدوديت را در نظر گرفته و در ضريبي ضرب مي‌كنيم تا ميزان جريمه به‌دست آيد. بنابراين هر عضوي كه محدوديت‌ها را رعايت نكند، ميزان برازندگي اش كاهش خواهد يافت. ضريب محدوديت را متغير در نظر گرفته به‌نحوي كه با

1- Coello, C., (2001).

جلو رفتن نسلها، محدوديت دقيق‌تر وسخت‌تر اعمال شود. در مسأله حاضر قيـدها همان روابط (۱۰) و (۱۱) هستند.

۲-۳- جمعيت اوليه[1]

هر عضو جمعيت به‌صورت برداري است كه x را مشخص مي‌كند (درصـدي از ۱۲ سهام انتخابي). جمعيـت اوليـه يـا نـسل اول را بـه‌صـورت تـصادفي انتخـاب مي‌كنيم. تعيين تعداد اعضاي جمعيت در الگوريتم‌هاي ژنتيك حائز اهميت اسـت. هر چه تعداد اعضا بيشتر باشد، الگوريتم قادر به‌جستجوي وسيع‌تري خواهد بود و نتايج بهتري حاصل خواهد شد. اما از طرفي افـزايش تعـداد اعـضا، مـدت اجـراي الگوريتم را طولاني مي‌سازد. در اين مسأله با توجه بـه‌تعـداد متغيرهـا و بـا انجـام چندين سعي وخطا تعداد اعضا ۵۰ نفر در نظر گرفته شده است.

۳-۳- عملگر انتخاب

عملگر انتخاب تعيين مي‌كند كه كدام يك از اعضاي جامعه بـه‌عنـوان والـدين نسل بعدي در نظر گرفته شوند. در اين مقالـه از عملگـر چـرخ رولـت[2] بـه‌عنـوان عملگر انتخاب استفاده شده است. به‌ايـن مفهـوم كـه هـر عـضوي كـه برازنـدگي بيشتري دارد شانس تكثير بيشتري خواهد داشت. در اين عملگر احتمال انتخـاب يك عضو به‌عنوان والد، متناسب با برازندگي آن عضو است. هم چنـين بهتـرين دو عضو جامعه (اعضاي نخبه) در هر نسل بدون تغيير به‌نسل بعد راه پيدا مي‌كنند.

۴-۳- عملگر برش

همان‌طور كه اشاره شد عملگر بـرش، ايـن امكـان را مـي‌دهـد كـه اطلاعـات به‌روشي مشابه‌توليد مثل، بين جفت‌هاي جمعيت مبادله شـوند. در ايـن مقالـه از عملگر برش ابتكاري[3] براي تركيب دو عضو و ايجاد فرزندان استفاده شده است. در اين روش يك نقطه برش به‌طور تصادفي انتخاب مي‌شود و سپس رشته‌هـاي والـد

1- Initial population .
2- Roulette.
3- Heuristic.

در اين نقطه با هم تركيب مي‌شوند تا رشته‌هاي فرزندان كه پاسخ‌هاي جديد مسأله هستند، توليد شوند.

۵-۳- عملگر جهش

عملگر جهش براي ايجاد تنوع در جمعيت به‌كار مي‌رود. اين عملگر نقش اساسي در گسترش فضاي جستجو دارد. در صورتي كه احتمال جهش خيلي بزرگ انتخاب شود، الگوريتم به‌سمت جستجوي تصادفي محض ميل مي‌كند. از طرف ديگر در صورت كوچك بودن اين پارامتر، الگوريتم در تله نقاط بهينه محلي به‌دام افتاده و اصطلاحاً به‌بلوغ زودرس مي‌رسد. عملگر جهش مورد استفاده در اين مقاله عملگر جهش با توزيع يكنواخت[1] است كه احتمال آن با سعي و خطا و مشاهده رفتار جمعيت در طول نسل‌هاي متوالي، ۰/۰۸۱۳۹۵ در نظر گرفته شده است.

٤- شبيه‌سازي

در انجام شبيه‌سازي[2] اين تحقيق سبد سهامي با ۱۲ سهم مختلف در نظر گرفته شده است. سعي شده اين شركتها از صنايع مختلف انتخاب شوند تا ميزان همبستگي بين آنها كاهش يابد[3]. اطلاعات مربوط به‌اين شركتها عبارت است از داده‌هاي سري زماني قيمت (closed price) در زمان‌هاي گذشته از سال ۸۰ تا ۸۳. اين داده‌ها در مرجع[4] [١٦] موجود هستند.

1- Uniform distribution.

۲- شبيه سازيها توسط نرم افزار Matlab 7 و با استفاده از جعبه ابزار GA كه مخصوص حل مسائل با استفاده از الگوريتم ژنتيك است انجام شده است.

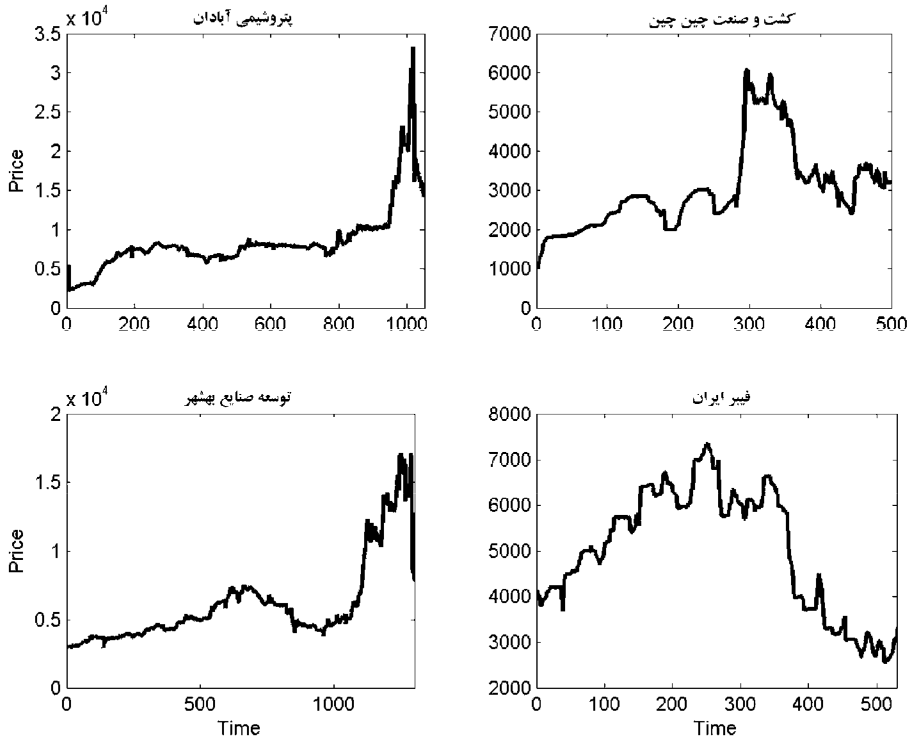
۳- اين ۱۲ شركت جهت انجام روش ذكر شده بر طبق نظريه VaR و الگوريتم بهينه‌سازي GA به شكل كاملاً دلخواه انتخاب شده‌اند و لذا در حالت كلي تعداد شركتها به‌اندازه تمام شركتهاي پذيرفته شده در بازار بورس ايران قابل افزايش است و نيز بخاطر آنكه سهامهاي انتخاب شده همبستگي يكطرفه اي نداشته باشند، ۱۲ سهم از صنايع مختلفي انتخاب شده‌اند. . البته در حالت واقعي انتخاب بهينه ممكن است از شركتها و سهام‌هاي يك صنعت خاص صورت پذيرد و روش ذكر شده در مقاله كاملاً كلي است و صرفا جهت توضيح روش ارائه شده در تحقيق سهام‌هاي فوق الذكر انتخاب شده‌اند.

4- http://www.mofidbours.com

جدول ۱ نام اين شركتها و شـكل ۲ دادههـاي سـري زمـاني چهـار شـركت را بهعنوان نمونه نشان ميدهد.

جدول۱- مشخصات ۱۲ شركت مورد استفاده در شبيهسازي

i	نام شركت	صنعت
۱	شوكو پارس	محصولات غذايي
۲	سرمايهگذاري توسعه بهشهر	سرمايهگذاري
۳	سرمايهگذاري البرز	سرمايهگذاري
٤	پتروشيمي آبادان	محصولات شيميايي
۵	پارس الكتريك	ساخت راديو و تلويزيون
٦	كشت و صنعت چين چين	محصولات غذايي
۷	فيبر ايران	محصولات چوبي
۸	سيمان سپاهان	سيمان، آهك و گچ
۹	سرمايهگذاري بانك ملي	شركتهاي چند رشتهاي صنعتي
۱۰	سايپا	خودرو و ساخت قطعات
۱۱	نفت بهران	فرآوردههاي نفتي
۱۲	لاستيك البرز	لاستيك و پلاستيك



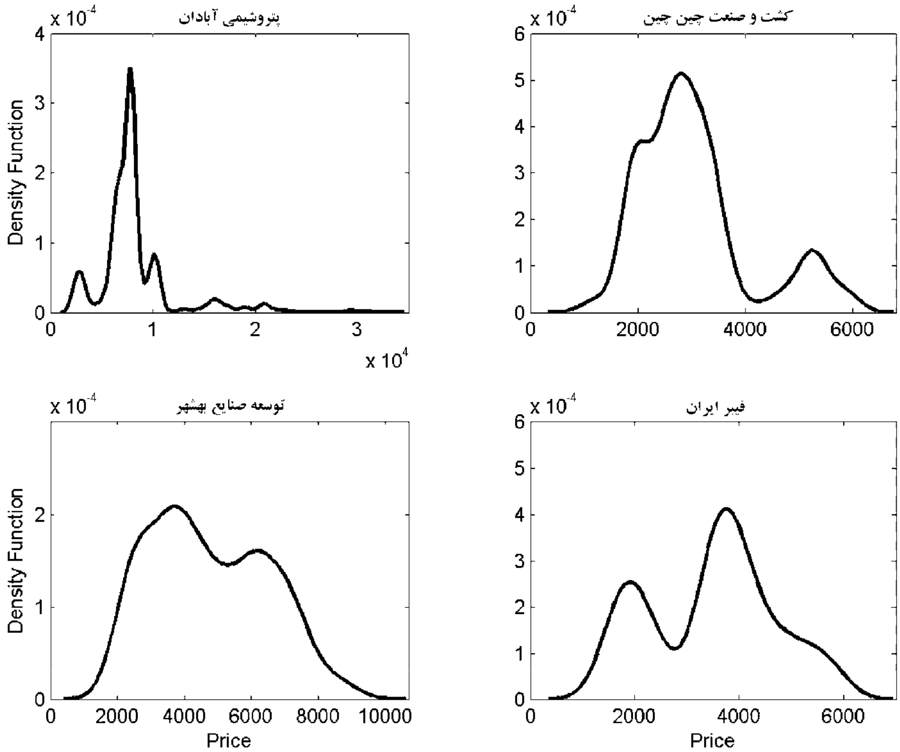
شكل ۲- سري زماني شركت‌هاي پتروشيمي آبادان، كشت و صنعت چين چين، سرمايه‌گذاري توسعه بهشهر و فيبر ايران

هدف پيدا كردن وزنهاي x مربوط به‌سهام‌هاي مختلف موجود در سبد سهام مفروض، به‌گونه‌اي است كه سود حاصل از سبد سهام در زمان[۱] $t=1$ بيشينه شود به‌طوري‌كه حد ريسك مورد نظر با معيار VaR نيز برآورده شود. اولين گام در حل اين مسأله كه فرمول‌بندي آن در بخش ۲ مطرح شد، تعيين رفتار فاكتورهاي ريسك (كه در اينجا قيمت سهام‌ها هستند) در زمان $t=1$ است. براي به‌دست آوردن تابع چگالي احتمال $f(v)$ در زمان $t=1$ با داشتن داده‌هاي گذشته از الگوريتم هموارسازي كرنل[۲] استفاده شده است. شكل ۳ توابع چگالي

۱- t=1 معرف پيش بيني در زمان آتي ۱ است و عدد يك مي تواند معرف يك روز آينده، يك هفته آينده و غيره باشد.

2- Kernel smoothing algorithm

به‌دست آمده براي چهار شركت شكل ۲ را نشان مي‌دهد[۱].



شكل ۳- تابع چگالي احتمال به‌دست آمده با الگوريتم هموارسازي كرنل براي شركت‌هاي پتروشيمي آبادان، كشت و صنعت چين چين، سرمايه‌گذاري توسعه بهشهر و فيبر ايران

با به‌دست آمدن $f(v)$ امید رياضي سـبد سـهام x در زمـان $t=1$ از فرمـول (۵-۲) تعيين مي‌شود. از آنجاييكه كه $p(x,v)=\sum_{i=1}^{n} x_i v_i$ فرض شده است مقـدار $\bar{p}(x)$ به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد.

$$\bar{p}(x)=\sum_{i=1}^{12}\sum_{j=1}^{100} x_i v_i f_j(v)\Delta_j v$$

۱- اين چهار شركت و شكل‌هاي مربوط به سري زماني و تابع چگالي احتمال آنها بعنوان مثال از ميان ۱۲ شركت موجود در سبد انتخاب و رسم شده‌اند.

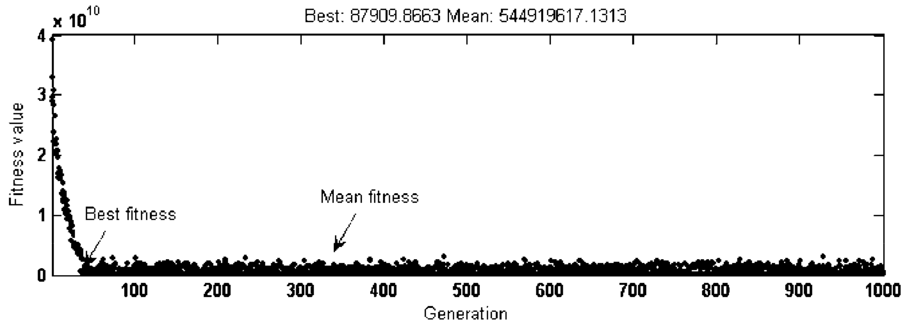
مجهول بعدي $p*(x)$ است که براي محاسبهآن بهمقدار $\varphi(x,y)$ نياز است. براي تعيين $\varphi(x,y)$ بهاين ترتيب عمل شده که با يك فرض اوليه از مقـادير x_i شروع ميکنيم. چون $\varphi(x,y)$ در حقيقت تـابع چگـالي احتمـال سـبد سـهام در زمان $t=1$ است باز هم با کمك روش هموارسازي کرنل اين تابع چگالي تخمـين زده ميشود. اين کار در هر بار تکرار الگوريتم ژنتيـك و بـا هـر جمعيـت در نظـر گرفته شده، انجام ميشود. حال با معلوم شدن $\varphi(x,y)$ بايد بهدنبال راهي بـراي تعيين $p*(x)$ باشيم تا قيد (۲-۱۰) قابل محاسبهعددي شود. با در نظر گـرفتن سطح اطمينان ۰/۹۵ ميتوان (۲-٦) را بهاين صورت تعبير کرد کـه از نقطـه $p*$ بهبعد سطح زير منحني $\varphi(x,y)$ مساوي ۰/۹۵ شود.

همانطور که گفته شد در هر تکرار $\varphi(x,y)$ بهدست ميآيد، پس با تعبير بـالا مـيتـوان $p*$ را نيز در هر تکرار بهدست آورد. چون فرمـول مشخـصي بـراي تـابع چگـالي سبد سهام در دست نيست و در هر تکرار الگـوريتم نيـز مقـادير عـددي در نقـاط مختلف براي آن بهدست ميآيد بسادگي نميتوان اين انتگرال را محاسبهو تعيـين کرد که در چه مقداري از سبد سهام مقـدار آن برابـر ۰/۹۵ اسـت، بـههمـين دليـل از انتگرالگيري عددي ذوزنقهاي استفاده شده است.

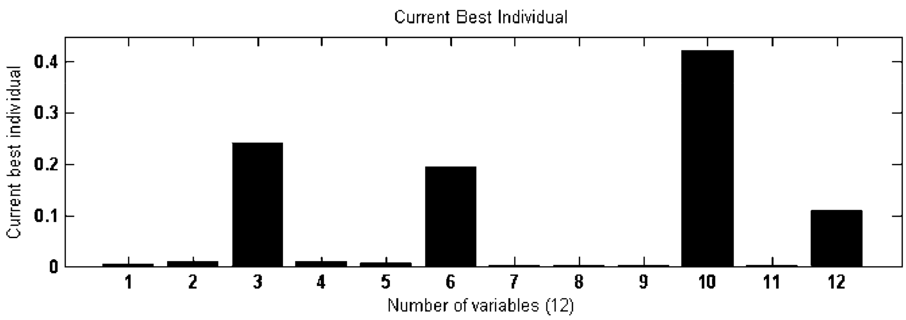
مقدار عددي مناسب براي VaRبا تعيين مقادير تصادفي بـراي x_i هـا و اعمـال روشهاي ابتکاري توضيح داده شده براي محاسبه $\bar{p}(x)$ و $p*(x)$ ، از رابطه (۷) محاسبهميشود. فرض شده است که بهعنوان مثال ۱۵% ريسك سـبد سـهامهـاي تصادفي مقدار مناسبي باشد. در نهايت ميانگين اين مقادير بهعنوان حـد VaR در نظر گرفته شده است که عدد ۳۵۵۰ است. در واقع اگر اين قيد برقرار باشد بهايـن معني است که بهاحتمال ۰/۹۵ تا پايـان روز بعـد (در حالـت کلـي تـا پايـان دوره زماني بعد) بيشتر از ۳۵۵۰ تومان ضرر نخواهيم کرد.

بهايـن ترتيـب تمـام مقـادير مجهـول مـورد نيـاز بـراي تکميـل شـدن حلقـه محاسبهضرايب وزني x_i بهدست ميآيند. تابع برازندگي و عملگرهـاي مـورد نيـاز الگوريتم ژنتيك نيز در بخش قبل بيان شـدند. نتـايج حاصـل از شـبيهسـازي بـا الگوريتم ژنتيـك در شـکلهـاي زيـر آورده شـده اسـت. شـکل ٤ تغييـرات تـابع

برازندگي بهترين عضو و ميانگين اين تـابع بـراي افـراد هـر جمعيـت را در طـول نسل‌هاي متوالي نشان مي‌دهد. كه با سرعت خوبي به‌صفر همگرا شده است. شكل ۵ بهترين مقادير x_i به‌دست آمده كه بيانگر درصد وزن بهينه و سهم هـر يـك از دوازده سهم مورد بحث است را نشان مي‌دهد.



شكل ٤- تغييرات تابع برازندگي بهترين عضو و ميانگين تابع برازندگي هر جمعيت در طول نسل‌هاي متوالي (۱۰۰۰ نسل)



شكل۵- بهترين عضو جمعيت (محور عمودي درصد سهام ۱۲ گانه را در سبد سهام بهينه نشان مي‌دهد)

براي آزمون نتيجه به‌دست آمده سـبد سـهامي بـه‌صـورت تـصادفي انتخـاب و ارزش سبد سهام و مقدار VaR براي آن محاسـبه‌شـده اسـت. همـان‌طـور كـه در جدول ۲ زير مشاهده مي‌شـود در حالـت اول ارزش سـبد سـهام در زمـان $t=1$

مقدار۶۷۷۱/۴ است که از سبد سهام بهینه با مقدار و ارزش۴۶۳۹/۸ بیـشتر اسـت ولي بایستي توجه داشت که در این حالت قید مربوط به‌ریسك نقض شده اسـت و در این حالت ریسك خیلي بیـشتري (۷۹۵۵/۲) داریـم کـه از مقـدار مـورد نظـر (۳۵۵۰) بیشتر است. در سناریوي دوم که انتخاب سبد به‌شکل تصادفي ۲ صورت پذیرفته است، قید ریسك برقرار است ولي ارزش سـبد سـهام (۳۰۳۵/۱) حتـي از مقدار تحت ریسك در این سناریو یعني ۳۰۹۰/۹ نیز کمتر است یعني با احتمـال بسیار زیادي ضرر خواهیم کرد. با انتخاب سبدهاي دیگر با درصد سـهام متفـاوت با سبد بهینه شکل ۵ نیز ارزش سبد سهام کمتري عاید مي‌شود. بـه‌عنـوان مثـال اگر درصد سهام شماره ۱۰ (سایپا) را از مقدار بهینه آن (۰/۴۲۷۰۶) به‌مقدار مـثلا (۰/۲۲۷۰۶) کـاهش داده و در عـوض درصـد سـهام ۱۲ (لاسـتیك البـرز) را از (۰/۱۱۰۹۷) به(۰/۳۱۰۹۷) افـزایش دهـیم مقـادیر (۵۳۵۴/۶) بـراي ارزش سـبد سهام و (۴۱۶۶) براي VaR به‌دست مي‌آید که ارزش سبد سهام از مقدار متنـاظر بهینه بیشتر است ولي مقدار VaR بسیار بیشتر از حد مورد نظر است که مناسـب نیست.

جدول۲- مشخصات ۱۲ شركت مورد استفاده در شبيه‌سازي و درصد وزن سهام انتخاب شده در هر يك از حالت‌ها

i	نام شركت	صنعت	درصد هر سهم (سبد بهينه)	درصد هرسهم (سبد تصادفي۱)	درصد هرسهم (سبد تصادفي۲)	درصد هرسهم (سبد بهينه تغيير يافته)
۱	شوكو پارس	محصولات غذايي	۴/۴۵۴۸*$۱۰^{-۶}$	۰/۱۷۷۶۸	۰/۲۸۳۸۱	۴/۴۵۴۸*$۱۰^{-۶}$
۲	سرمايه‌گذاري توسعه بهشهر	سرمايه‌گذاري	۰/۰۰۸۶۲۷۴	۵/۸۱۵*$۱۰^{-۷}$	۳/۶۷۰۹*$۱۰^{-۵}$	۰/۰۰۸۶۲۷۴
۳	سرمايه‌گذاري البرز	سرمايه‌گذاري	۰/۲۴۴۶۵	۱/۴۵۹۷*$۱۰^{-۸}$	۰/۰۹۱۸۶۱	۰/۲۴۴۶۵
٤	پتروشيمي آبادان	محصولات شيميايي	۰/۰۰۶۱۲۲۳	۳/۰۶*$۱۰^{-۸}$	۰/۱۰۲۸۴	۰/۰۰۶۱۲۲۳
۵	پارس الكتريك	ساخت راديو و تلويزيون	۰/۰۰۴۳۷۲۶	۰/۷۹۸۵۲	۰/۰۸۸۰۸۵	۰/۰۰۴۳۷۲۶
٦	كشت و صنعت چين چين	محصولات غذايي	۰/۱۹۴۰۹	۰/۰۰۲۸۹۳۹	۰/۲۳۰۷۱	۰/۱۹۴۰۹
۷	فيبر ايران	محصولات چوبي	۷/۸۱۴۷	۰/۰۰۰۹۰۶۸۳	۰/۰۹۴۱۰۵	۷/۸۱۴۷
۸	سيمان سپاهان	سيمان، آهك و گچ	۰/۰۰۴۰۵۸۷	۱/۷۶۱۸*$۱۰^{-۷}$	۱/۶۹۰۶*$۱۰^{-۵}$	۰/۰۰۴۰۵۸۷
۹	سرمايه‌گذاري بانك ملي	شركت‌هاي چند رشته‌اي صنعتي	۱/۶۰۱۲*$۱۰^{-۷}$	۱/۲۴۴۱*$۱۰^{-۶}$	۰/۰۴۲۷۳۱	۱/۶۰۱۲*$۱۰^{-۷}$
۱۰	سايپا	خودرو و ساخت قطعات	۰/۴۲۷۰۶	۸/۳۹۸۲*$۱۰^{-۸}$	۰/۰۴۹۰۵۹	۰/۲۲۷۰۶
۱۱	نفت بهران	فرآورده‌هاي نفتي	۳/۹۵۶۵*$۱۰^{-۵}$	۱/۴۱۸۱*$۱۰^{-۹}$	۰/۰۰۵۸۳۲	۳/۹۵۶۵*$۱۰^{-۵}$
۱۲	لاستيك البرز	لاستيك و پلاستيك	۰/۱۱۰۹۷	۱/۱۹۸۸*$۱۰^{-۷}$	۰/۰۰۰۹۱۷۱۹	۰/۳۱۰۹۷

جدول۳- مقدار **VaR** و ارزش سبد سهام براي وزن‌هاي بهينه به‌دست آمده براي دو حالت انتخاب تصادفي سبد و سبد بهينه تغيير يافته

روش انتخاب وزنها	مقدار VaR	ارزش سبد سهام
الگوريتم ژنتيك	۳۵۵۰	۴۶۳۹/۸
سبد تصادفي(حالت ۱)	۷۹۵۵/۲	۶۷۷۱/۴
سبد تصادفي(حالت ۲)	۳۰۹۰/۹	۳۰۳۵/۱
سبد بهينه تغيير يافت	۴۱۶۶	۵۳۵۴/۶

۵- نتيجه‌گيري

در اين مقاله بر خلاف مدل‌هاي كلاسيك بهينه‌سازي سبد سهام كـه بـر پايـه واريانس هستند از مقدار تحت ريسك (VaR) به‌عنوان معيار ريسك بـرآورد سـبد سهام استفاده شد. اين مسأله حتي در ساده‌ترين موارد غير محدب است و حل آن با روش‌هاي تحليلي مشكل است. روش جديدي بر اساس الگوريتم‌هاي ژنتيك كه در حل مسائل غير محدب بسيار توانا هستند براي حل اين مسأله ارائـه شـد و بـا شبيه‌سازي‌هاي انجام شده كارايي آن نشان داده شد. همان‌طور كـه نتـايج نـشان مي‌دهند براي يك حد ريسك معين مي‌توان ميزان بهينه سـرمايه‌گـذاري در هـر سهم از سبد سهام را به‌دست آورد.

فهرست منابع

1- Gregory, P. C. (ED.) (1959), *Proceeding of the self adaptive flight control systems symposium*,Wright-Patterson AFB. OH. WADC Technical Report 49-59.

2- Varcholova, T., Rimarcik. M., (1952), ”Value at Risk Methods and Models and their Application,”

3- Markowitz, H. M, ”Portfolio selection,” *Journal of Finance*, 7(1), p. 77-91.

4- Tobin, J., (1958), ”Liquidity preference as behavior towards risk,” *Review of Economic Studies*, 25, p. 65-86.

5- Alexander, C. O, Leigh, C. T., (1997), "On the covariance matrices used in Value at Risk models," *The Journal of Derivatives*, p. 50-62.

6- Pholippe, J., (1996), Risk 2: Measuring the risk in value at risk,” *Financial Analysts Journal*, p. 47-56.

7- Singh, M. K., (1997), ”Value at risk using principal components analysis,” *The Journal of Portfolio Management*, p. 101-112.

8- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2005), ”Value at Risk in portfolio optimization: properties and computational approach”, Journal of Risk, Vol. 7, No. 2, pp. 1-31, Winter 2004-2005.

9- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001), ”Finding optimal portfolios with constraints on Value at Risk”, Proceedings of the III Stockholm Seminar on Risk Behavior and Risk Management.

10- Dempster, M., (1980), ” *Stochastic Programming*,” Academic Press.

11- Ermoliev, Y., Wets, R. G., (1988), ”*Numerical Techniques for Stochastic Optimization*,” Springer Verlag, Berlin.

12- Gaivoronski, A. A., Messina, E., Sciomachen, A., (1994), ”A statistical generalized programming algorithm for stochastic optimization problems," *Annals of Operations Research*.

13- Coley, D. A., (2000), "An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers," *World Scientific*.

14- Coello, C., (2001), "Theoretical and numerical constraint handling techniques used with evolutionary algorithms: A survey of the state of the art," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.

15- Homaifar, A., Qi, C., Lai, S., (1994), "Constrained Optimization via Genetic Algorithm," Simulation,62:4, pp. 242-254.

16- http://www.mofidbours.com.