

# بررسی تأثیر جمعیت بر رشد اقتصادی در چارچوب الگوی رشد بهینه در اقتصاد ایران (۱۳۸۶-۱۳۵۰) کاربرد از الگوریتم ژنتیک

رسول بخشی دستجردی

استادیار، عضو هیأت علمی دانشگاه یزد rbakhshi@yazduni.ac.ir

ناهید خاکی نجف‌آبادی

کارشناس ارشد اقتصاد، دانشگاه یزد khaki\_n23@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۸۸/۵/۵ تاریخ پذیرش: ۸۹/۷/۲۷

## چکیده

در این مقاله، تأثیر جمعیت بر رشد اقتصادی ایران در چارچوب الگوی رشد بهینه مورد بررسی قرار گرفته است. الگوی رشد بهینه، یک نوع برنامه‌ریزی پویا و غیرخطی تلقی می‌شود. برای حل این الگوها از روش‌های کلاسیک استفاده می‌شود، اما در این مطالعه برای اولین بار از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. براساس یافته‌های این پژوهش، به نظر می‌رسد رشد جمعیت در سال‌های (۱۳۸۶-۱۳۵۰)، سهم عمده‌ای از رشد سرمایه‌ی سرانه و محصول سرانه را در اقتصاد ایران توضیح می‌دهد، به طوری که رشد جمعیت دو و نیم درصدی در سال‌های گذشته، سطح مصرف سرانه، سرمایه‌ی سرانه، درآمد سرانه و پس‌انداز سرانه را به ترتیب ۰/۴۶٪، ۱۴٪، ۱۴٪ و ۸٪ افزایش داده است. هم‌چنین بر مبنای نتایج حاصل از الگو، نرخ رشد جمعیت صفر برای سال‌های آینده در اقتصاد ایران توصیه نمی‌شود و بهتر است جمعیت در آینده، همانند گذشته با یک نرخ رشد مثبت به افزایش خود ادامه دهد. بر اساس نتایج به‌دست آمده چنین پیش‌بینی می‌شود که در صورت افزایش یک درصدی نرخ رشد جمعیت، مصرف سرانه، سرمایه‌ی سرانه، درآمد سرانه و پس‌انداز سرانه به ترتیب رشدی معادل ۰/۳۳٪، ۱۸٪، ۰/۲٪ و ۹/۷٪ داشته باشند.

طبقه‌بندی C61; C88; O47

کلید واژه: الگوریتم ژنتیک، بهینه‌یابی پویا، جمعیت، رشد اقتصادی، نظریه‌ی رشد بهینه

## ۱- مقدمه

دستیابی به رشد اقتصادی از اهداف مهم علم اقتصاد است. در این راستا، بررسی ماهیت، علل و موانع رشد دارای اهمیت خاصی می‌باشد. اثرات رشد جمعیت بر روند توسعه اقتصادی، از دیرباز توجه بسیاری از اقتصاددانان جهان را به خود جلب کرده است. تغییرات جمعیت اثرات بالقوه‌ی وسیعی در بسیاری از جنبه‌های زندگی بشری نظیر ساختارهای اقتصادی، اجتماعی، بازارها، آموزش و نظایر آن داشته است و یافتن رابطه‌ای بین جمعیت و رشد اقتصادی می‌تواند نقش مهمی در برنامه‌ریزی‌های اساسی کشورها ایفا کند.

در نظریه‌ی رشد اقتصادی، در زمینه‌ی تأثیر تحولات جمعیتی بر رشد اقتصادی مطالعات گسترده‌ای انجام شده است. چنانچه بخواهیم به گونه‌ای روش‌مند به این مقوله بپردازیم، ضروری است که نظریه‌ی رشد اقتصادی را مطالعه کنیم. بر همین اساس، در بخش اول این مطالعه مبانی نظری تأثیرات جمعیت بر رشد اقتصادی (در نظریه‌های مختلف رشد اقتصادی)، به اختصار ارائه خواهد شد. در بخش دوم این مطالعه، الگوی مورد استفاده‌ی تحقیق، یعنی الگوی رشد بهینه در فضای گسسته، به گونه‌ای که قابل استفاده برای الگوریتم ژنتیک باشد، ارائه خواهد شد. در بخش سوم نیز نحوه‌ی کار با الگوریتم ژنتیک، قابل انطباق با الگوی رشد بهینه، مطرح شده است. در بخش چهارم مقاله، الگوی معرفی شده برای اقتصاد ایران، در قالب سناریوهای مختلف، برای بررسی تأثیرات تحولات جمعیتی بر رشد اقتصادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک، کالیبره شده است.<sup>۱</sup> نتیجه‌گیری و پیشنهادات نیز در بخش پنجم آمده است. هدف نهایی از ترکیب این ابزار (حل الگوی رشد بهینه کالیبره شده برای اقتصاد ایران با استفاده از الگوریتم ژنتیک)، ارزیابی سیاست‌های جمعیتی در اقتصاد ایران است. در حقیقت در این تحقیق به دنبال یافتن پاسخ برای دو سؤال زیر هستیم:

- اگر جمعیت ایران در فاصله‌ی سال‌های ۱۳۵۰ الی ۱۳۸۶ رشد نمی‌کرد، چه تأثیری بر سطح تولید، پس‌انداز و مصرف ملی بر جای می‌گذاشت؟
  - آیا بهتر است رشد جمعیت را برای سال‌های آینده متوقف کرد؟ و آیا نرخ رشد پیش‌بینی شده برای جمعیت ایران در سال‌های آینده، بهینه است؟
- بدین‌گونه علاوه بر این که برای اولین بار از الگوریتم ژنتیک در حل الگوی رشد بهینه استفاده می‌کنیم، نقش جمعیت در تحول اقتصادی ایران را نیز بررسی کرده‌ایم.

## ۲- مروری بر مبانی نظری

این مطالعه روند تکاملی الگوهای اصلی پیشنهاد شده توسط اقتصاددانان را دنبال می‌کند. پرسش اصلی که در این قسمت از مقاله در جستجوی پاسخی برای آن هستیم، این است که در نظریه‌ی اقتصادی، چه رابطه‌ای بین رشد جمعیت و رشد اقتصادی وجود دارد؟

به‌طور کلی دو نوع نگرش نسبت به رشد جمعیت وجود دارد: نگرش اول، نگرش منفی و نگرش دوم، نگرش مثبت می‌باشد. نسب نظریه‌های بدبینانه به توماس مالتوس برمی‌گردد. از نظر مالتوس، رشد جمعیت و تمرکز سرمایه، از طریق قانون بازدهی نزولی، رشد اقتصادی را مختل خواهد کرد. میل نیز چنین می‌اندیشید. وی معتقد بود در غیبت پیشرفت‌های فنی در بخش کشاورزی و رشد همه‌جانبه‌ی جمعیت، به‌دلیل افزونی نرخ رشد جمعیت بر نرخ تمرکز سرمایه، سود شروع به کاهش می‌کند و در نهایت اقتصاد در شرایط عدم امکان افزایش تولید قرار خواهد گرفت، یعنی وضعیت سکون و یا در جا زدن اقتصاد، اما وی برخلاف ریکاردو وقوع وضعیت سکون را به فال نیک می‌گیرد، چرا که این امر سبب عادلانه‌تر شدن درآمدها و افزایش درآمد نیروی کار می‌شود. این پدیده تنها زمانی محقق خواهد شد که نرخ رشد جمعیت کار نیز تحت کنترل درآید. مارشال (۱۹۳۰) نیز به تقلید از مالتوس مؤافق جلوگیری از رشد جمعیت بود. وی باور داشت جهت دستیابی به رشد اقتصادی و پیشرفت و ترقی، بایستی از طریق قانون، رشد جمعیت را به تأخیر انداخت.<sup>۱</sup>

در الگوهای رشد کینزی، اثر جمعیت بر رشد اقتصادی مورد تأکید قرار گرفته است. در نظریه‌ی رشد هارود، نرخ رشد طبیعی سیستم اقتصادی کاملاً تابعی از رشد جمعیت می‌باشد. شرط تعادل بلندمدت در نظریه‌ی مذکور، برابری نرخ‌های رشد تضمینی و واقعی با نرخ رشد اقتصادی است.<sup>۲</sup>

در نظریه‌ی هارود، رشد مثبت جمعیت مسبب رشد طبیعی برای اقتصاد است. براساس نظریه‌ی مذکور، سیاست‌گذار اقتصادی باید به گونه‌ای برنامه‌ریزی کند، که نرخ‌های رشد واقعی با نرخ رشد طبیعی، تنظیم شوند. از نظر هارود، در نظام اقتصادی بازار، امکان تعادل مذکور تقریباً منتفی است، زیرا سه نرخ رشد مورد اشاره (طبیعی، تضمینی و واقعی)، تعیین‌کننده‌های متفاوتی دارند و هر یک جداگانه تعیین می‌شوند، لذا امکان برابری بین این سه نرخ رشد در اقتصاد بازار، بعید است، بنابراین ممکن است

1- Ehrlich & Lui, 1997, P. 209.

2- Harrod, 1939.

رشد جمعیت به شکل ظرفیت مازاد بروز کند (زیرا معمولاً نرخ رشد واقعی، پایین‌تر از نرخ رشد طبیعی قرار می‌گیرد). البته نمی‌توان نتیجه گرفت که برای از بین بردن شکاف بین رشد طبیعی (ناشی از جمعیت) و رشد واقعی، باید نرخ رشد طبیعی (نرخ رشد جمعیت) را کاهش داد.

در نظریه‌ی رشد نئوکلاسیک نیز تأثیر رشد جمعیت بر رشد اقتصادی تأیید می‌شود. در این نظریه، رشد جمعیت به صورت برون‌زا، رشد سیستم را تعیین می‌کند. در نظریه‌ی سولو، وجود یک نرخ رشد مثبت برای جمعیت، به منظور توضیح فرایند رشد اقتصادی ضروری است، اما یک بار که سیستم اقتصادی براساس یک نرخ برون‌زای رشد جمعیت مسیر رشد خود را مشخص کرد، هر افزایشی در نرخ رشد جمعیت (نسبت به نرخ قبلی)، ذخیره‌ی سرمایه‌ی سرانه و تولید سرانه‌ی کم‌تری را برای اقتصاد رقم خواهد زد<sup>۱</sup> سالو (۱۹۷۰). البته نتیجه‌ی مذکور در نظریه‌ی نئوکلاسیک، ناشی از نحوه‌ی برقرار کردن روابط ریاضی مدل است. هم‌چنین نتیجه‌ی فوق به شدت تحت تأثیر فرض بازدهی ثابت نسبت به مقیاس (که در نظریه‌ی رشد نئوکلاسیک به عنوان یک پیش فرض اساسی در نظر گرفته شده است) قرار می‌گیرد. با فرض بازدهی ثابت نسبت به مقیاس، شکل هندسی فرم سرانه‌ی تابع تولید، نسبت به مبداء مختصات، محدب خواهد شد، که نتیجه‌ی آن مضر بودن افزایش نرخ رشد جمعیت است. تنظیم روابط ریاضی در مدل رشد نئوکلاسیک به گونه‌ای است که برای محاسبه‌ی تابع تولید سرانه و بنابراین ذخیره‌ی سرمایه‌ی سرانه، نیروی کار در مخرج کسر قرار می‌گیرد. نتیجه این نحوه‌ی تشکیل معادلات این است که با افزایش جمعیت (فقط به این دلیل که در مخرج کسر قرار دارد) مقادیر سرانه کاهش می‌یابد. چنان‌چه به جای نیروی کار، ذخیره‌ی سرمایه را در مخرج کسر قرار دهیم و معادلات را دوباره مرتب کنیم، این بار متوجه خواهیم شد، که افزایش ذخیره‌ی سرمایه تولید سرانه را کاهش خواهد داد (خاکی، ۱۳۸۶، صص ۲۶-۲۷)، بنابراین نمی‌توان با استناد بر نظریه‌ی رشد نئوکلاسیک در مورد پیامدهای افزایش نرخ رشد جمعیت اظهار نظر قطعی کرد.

نظریه‌ی دیگری که می‌توان براساس آن در خصوص اثر جمعیت بر رشد اقتصادی استدلال کرد، قاعده‌ای منسوب به فلیس می‌باشد. فلیس در این باره تلاش می‌کند از طریق درون‌زا کردن نرخ پس‌انداز (که در نظریه‌های پیشین، برون‌زا در نظر گرفته شده بود)، بهترین نرخ برای پس‌انداز را بیابد. او در این پی‌جویی به رابطه‌ی دقیقی بین رشد

---

۱- یعنی افزایش نرخ رشد جمعیت سبب کاهش انباشت سرمایه و تولید سرانه می‌شود.

اقتصادی و رشد جمعیت دست می‌یابد که به "قاعده‌ی طلایی رشد"<sup>۱</sup> مشهور است. براساس قاعده‌ی طلایی، کارایی نهایی سرمایه برابر با نرخ رشد جمعیت می‌باشد.<sup>۲</sup> به عبارت دیگر، رشد اقتصادی تابع مستقیمی از نرخ رشد جمعیت است. نظریه‌ی مذکور توسط اقتصاددانان دیگری مانند موریس اله (۱۹۶۱)، سوان (۱۹۵۶) مید (۱۹۶۱) و (۱۹۶۳)<sup>۳</sup> و ... تأیید شده است.

مدتی بعد دو اقتصاددان دیگر به نام کاس (۱۹۶۵) و کوپمانز (۱۹۶۵)، نظریه‌ی فلیس را مورد انتقاد قرار داده و از طریق افزودن تابع رفاه اجتماعی به مسأله‌ی بهینه‌یایی، نتیجه‌گیری می‌کنند که کارایی نهایی سرمایه (یا رشد اقتصادی) تابع نرخ رشد جمعیت و نرخ ارجحیت زمانی اجتماعی است. این دو اقتصاددان نتیجه‌گیری خود را بر مبنای مطالعه‌ای که سال‌ها قبل از آن‌ها توسط فرانک رمزی (۱۹۲۸) انجام شده بود، بنانهادند. نتیجه این اقدامات طراحی مدل رشد بهینه بود.

البته ساموئلسن (۱۹۷۲) نیز در مورد نرخ بهینه‌ی رشد جمعیت مطالعه کرده است. ساموئلسن، تلاش می‌کند که در قالب یک الگوی نسل‌های تداخلی، نرخ بهینه‌ای برای رشد جمعیت که رفاه نسل‌ها را حداکثر می‌کند، بیابد.

هم‌چنین ارو، دسگوپتا و میلور (۲۰۰۳)، در خصوص رشد جمعیت اظهار نظر دقیقی دارند. بر طبق نظر آن‌ها جمعیت، یک متغیر وضعیت است و نه یک متغیر کنترلی. در نظریه‌ی آن‌ها، جمعیت شکلی از سرمایه می‌باشد و بنابراین باید آن را به صورت یک متغیر وضعیتی در مدل برنامه‌ریزی وارد کرد. با کنترل جمعیت، رشد اقتصادی کنترل و محدود می‌شود. برنامه‌ریز اقتصادی باید اقتصاد را متناسب با جمعیت تنظیم کند (نه عکس آن). ارو و همکارانش، فرض برون‌زا بودن جمعیت را کنار گذاشته و تلاش می‌کنند تغییرات ایجاد شده در سیستم به دلیل تغییرات رشد جمعیت را مورد بررسی قرار دهند. از نظر آن‌ها اگر ارزش زندگی مثبت باشد، (مثبت بودن ارزش زندگی در قالب یک تابع بین زمانی تعریف می‌شود)، بدان معناست که ازدیاد جمعیت سبب رشد ارزش جمعیت خواهد شد. بنابراین هنگامی که ارزش زندگی، مقدار مثبتی است، اضافه شدن به جمعیت به توسعه‌ی پایدار کمک خواهد کرد.

فرض برون‌زا بودن رشد جمعیت که اصلی‌ترین پیش فرض در نظریه‌های کلاسیکی، کینزی و نئوکلاسیک تلقی می‌شود، به طور کلی در نظریه‌ی رشد درون‌زا کنار گذاشته

---

1- Golden Rule of Growth.

2- Phelps, 1961.

۳- در نظریه‌ی مید، نرخ سود به نرخ رشد جمعیت وابسته است.

شده است. در نظریات رشد درون‌زا، جمعیت، نسبت به تحولات درونی سیستم اقتصادی واکنش نشان می‌دهد.

مطالعات تجربی بیان می‌کند، چنان‌چه در مدل سازی رشد، جمعیت را به صورت برون‌زا در نظر بگیریم، قسمت عمده‌ای از رشد واقعی اتفاق افتاده را نمی‌توانیم توضیح دهیم. دگر گونه‌های مختلفی از مدل‌های رشد درون‌زا با وارد کردن سرمایه‌ی انسانی، تحقیق و توسعه، تکنولوژی درون‌زا و ایده پردازی (مدل‌های رشد ایده محور)، می‌توان قسمت باقی‌مانده‌ی رشد اقتصادی را نیز توضیح داد (محمد پور، ۱۳۸۹). اما نکته‌ی مهم در این مدل‌ها این است که رشد تکنولوژی، رشد سرمایه‌ی انسانی و یا رشد ایده، تابعی مستقیم از رشد جمعیت، ملاحظه شده‌اند. به عبارت دیگر در این مدل‌ها، افزایش جمعیت از دو طریق زمینه ساز رشد اقتصادی می‌شود: یکی از طریق افزایش عرضه‌ی فیزیکی نیروی کار ساده و دیگری از طریق افزایش نیروی کار متخصص (در قالب ایده، سرمایه‌ی انسانی و تحقیق و توسعه).

الگوی نظری مورد استفاده در این پژوهش، مدل رشد بهینه می‌باشد. برتری نظریه‌ی رشد بهینه نسبت به نظریات رشد قبلی (کلاسیک، کینزی و نئوکلاسیک و نظریه‌ی قاعده‌ی طلایی) در این است که مسأله‌ی برنامه‌ریزی شامل یک تابع رفاه اجتماعی بین زمانی است که لازم است نسبت به محدودیت تکنولوژی، بیشینه شود. پارامترهای تشکیل دهنده‌ی تابع رفاه اجتماعی، فرایند رشد را به طور مستقیم تحت تأثیر قرار می‌دهند.

مطابق با نظریه‌ی نئوکلاسیک، افزایش نرخ رشد جمعیت سبب کاهش مقادیر سرانه خواهد شد و مطابق با نظریه‌ی قاعده طلایی رشد (فلپس) و قاعده‌ی مطلوبیت طلایی (کاس، کوپمانز)، افزایش رشد جمعیت رشد اقتصادی را افزایش می‌دهد. نظریه‌ی رشد بهینه به گونه‌ای طراحی شده است که هر دو الگوی رشد نئوکلاسیکی و قواعد طلایی رشد را شامل می‌شود و به گونه‌ای جمع‌اَضداد است. براین اساس در الگوی رشد بهینه می‌توان تشخیص داد که افزایش در نرخ رشد جمعیت از یک سو مانع رشد و از سوی دیگر عامل رشد می‌باشد.

نرخ رشد جمعیت یک عنصر بسیار مهم در تشکیل مسأله‌ی بهینه‌یابی رشد است. نرخ رشد جمعیت از آن جنبه اهمیت دارد که هم در تابع هدف و هم در قید مسأله‌ی برنامه‌ریزی وارد می‌شود و تأثیری دوگانه بر فرایند رشد برجای می‌گذارد: از یک سو در محدودیت تکنولوژی، مسأله (معادله‌ی حرکت یا معادله‌ی وضعیت) و فرایند رشد را

تعیین می‌کند، اما از آنجایی که در مخرج کسر ظاهر می‌شود، افزایش نرخ رشد جمعیت از یک مقدار مثبت به مقدار مثبت بالاتر، مقادیر سرانه را کاهش می‌دهد. از سوی دیگر افزایش نرخ رشد جمعیت، به افزایش سطح رفاه اجتماعی بین زمانی منجر می‌شود (زیرا در تابع رفاه اجتماعی وجود دارد). بنابراین می‌توان استنباط کرد که بر مبنای نظریه‌ی رشد بهینه، نرخ بهینه‌ای برای رشد جمعیت وجود دارد که بر اساس آن، رفاه اجتماعی و مقادیر سرانه‌ی مصرف، تولید و ذخیره‌ی سرمایه حداکثر می‌شود. در این مطالعه تلاش می‌کنیم نظریه‌ی مذکور را با استفاده از داده‌های اقتصاد ایران کالیبره کنیم. در این مطالعه برای اولین بار از تکنیک الگوریتم ژنتیک برای حل مسأله‌ی رشد بهینه و کالیبراسیون استفاده شده است.

### ۳- مدل رشد بهینه

چارچوب نظری مورد استفاده در این مطالعه، الگوی رشد بهینه می‌باشد. این الگو اولین بار توسط فرانک رمزی<sup>۱</sup>، ارائه شده است. الگوی رمزی، با استفاده از ریاضیات کلاسیک حساب تغییرات تنظیم شده است. اقتصاددانان دیگر تلاش کردند مسأله‌ی رمزی را از روش‌های جدیدتری مانند اصل حداکثرسازی و کنترل بهینه حل کنند.<sup>۲</sup> در این الگو به صورت پویا، تابع بین زمانی رفاه اجتماعی نسبت به قید جریانی منابع اقتصادی پیشینه می‌شود. قید مورد استفاده در این الگو همان معادله‌ی اساسی انباشت نئوکلاسیکی سولو است. در این الگو مسیر بهینه‌ی مصرف، پس‌انداز، ذخیره‌ی مطلوب سرمایه و تولید سرانه را می‌توان برای یک اقتصاد محاسبه کرد. تابع رفاه اجتماعی در این اقتصاد که عبارت از مجموع توابع رفاه فردی است، به قرار زیر خواهد بود<sup>۳</sup>:

$$V = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \cdot U(c_t) \quad (1)$$

که در آن  $U(c_t)$ ، تابع رفاه فردی است که جریان مصرف را به جریانی از مطلوبیت یا رفاه هر فرد تبدیل می‌کند.  $\beta$  نیز فاکتور تنزیل می‌باشد و به صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$\beta = \frac{1}{(1 + \rho - n)}$$

1 - Ramsey, 1928.

2 - Shone 2004, p.265.

۳- اساس کار در الگوریتم ژنتیک بر مبنای داده‌های گسسته می‌باشد. از این رو، لازم است مدل رشد بهینه در فضای گسسته تنظیم شود.

در رابطه‌ی بالا،  $\rho$  عامل تنزیل ذهنی (یا نرخ ارجحیت زمانی) و  $n$  نرخ رشد جمعیت می‌باشد. هرچه نرخ ترجیح زمانی بزرگ‌تر باشد، مقدار فاکتور تنزیل کوچک‌تر است و بنابراین رفاه آیندگان در تابع رفاه اجتماعی با شدت بیش‌تری تنزیل خواهد شد، اما نرخ رشد جمعیت تأثیر معکوسی بر فاکتور تنزیل دارد، به گونه‌ای که با افزایش نرخ رشد جمعیت، رفاه نسل‌های آینده با شدت کم‌تری تنزیل می‌شود و لذا بیشینگی رفاه بین زمانی بالاتر خواهد بود.

هم‌چنین فرض می‌شود که تابع تولید از ویژگی‌های نئوکلاسیکی برخوردار است و قید جریان‌ی منابع حاصل از این تابع تولید به فرم سرانه، به شرح زیر است:

$$k_t = [Ak_{t-1}^\alpha - c_t] + \frac{1-\delta}{1+n} k_{t-1} \quad (2)$$

که در آن  $k_t$  ذخیره‌ی سرمایه‌ی سرانه در دوره‌ی  $t$ ،  $A$  پارامتر انتقال تابع تولید (ضریب تکنولوژی) و  $\delta$  نیز نرخ استهلاک سرمایه است.<sup>۱</sup>

برای یافتن مسیر بهینه‌ی متغیرهای اساسی، باید مسأله‌ی کنترل بهینه را تشکیل داد:

$$\begin{cases} V = \sum_0^{\infty} \beta^t \cdot u(c_t) \\ k_t = [Ak_{t-1}^\alpha - c_t] + \frac{1-\delta}{1+n} k_{t-1} \\ c_t > 0 \\ k_t > k_0 \end{cases} \quad (3)$$

در مسأله برنامه‌ریزی (۳)، لازم است تابع هدف نسبت به سه قید بیشینه شود. مصرف سرانه، متغیر کنترل است که بر پس‌انداز اثر دارد، پس‌انداز عامل تأثیرگذار بر سرمایه‌گذاری و سرمایه‌گذاری هم بر موجودی سرمایه (متغیر وضعیت) مؤثر است. هدف ما به‌دست آوردن مسیرهای بهینه مصرف (مسیر بهینه پس‌انداز، ذخیره‌ی مطلوب سرمایه و تولید سرانه در وضعیت بهینه) است، به شرطی که مجموع رفاه همه‌ی نسل‌ها در حداکثر مقدار خود باشد.

۱- محدودیت پویای انباشت سرمایه در مسأله برنامه‌ریزی، حاصل از یک تابع تولید کاب-داگلاس با بازدهی ثابت نسبت به مقیاس می‌باشد. بر این اساس، تولید تابعی از سرمایه و نیروی کار بوده و فرم سرانه آن که از طریق تقسیم بر  $L$  به‌دست می‌آید به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Y = f(K, L) = AK^\alpha L^{1-\alpha} \Rightarrow y = Ak_{t-1}^\alpha$$

با اندکی ساده‌سازی ریاضی می‌توانیم از تابع سرانه‌ی مذکور، معادله‌ی انباشت (۲) را استخراج نماییم.



محدودیت دیگر مندرج در مسأله‌ی (۳) مربوط به سرمایه‌ی سرانه ( $k$ ) می‌باشد که در طول دوره‌ی مورد نظر نباید مقداری کم‌تر از سرمایه‌ی اولیه اختیار کند. هم‌چنین مصرف سرانه در وضعیت بهینه نباید، منفی باشد. معمولاً در تحقیقات تجربی، به طور استاندارد، فرض می‌شود که تابع مطلوبیت یک تابع ریسک‌گریز نسبی<sup>۱</sup> است:

$$U(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (۴)$$

$$\gamma > 0, \quad \gamma \neq 1$$

که  $\gamma$  بیانگر انحنای تابع مطلوبیت و مقداری مثبت را اختیار می‌کند.  $\gamma$  بالاتر به معنی تمایل کم‌تر خانوارها برای انحراف از الگوی یک‌پارچه‌ی مصرف در طی زمان است، چراکه  $\gamma$  بالاتر بیانگر کاهش بیش‌تر در مطلوبیت نهایی در عکس‌العمل به افزایش مصرف است.

برای حل مسأله‌ی کنترل بهینه (۳) با استفاده از اصل حداکثرسازی پونتریاگین<sup>۲</sup>، باید تابع هامیلتونی را تشکیل داد:

$$H = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} \cdot \beta^t - \mu_{t+1} (Ak_{t-1}^\alpha - c_t + \frac{1-\delta}{1+n} k_{t-1}) \quad (۵)$$

شرایط مرتبه‌ی اول برای حداکثر سازی به شرح زیر است:

$$\begin{cases} \text{(i)} \rightarrow \frac{\partial H_c}{\partial c_t} = 0 \\ \text{(ii)} \rightarrow -\frac{\partial H_c}{\partial k_t} = \beta \mu_{t+1} - \mu_t \\ \text{(iii)} k_{t-1} - k_t = Ak_{t-1}^\alpha - c_t + \frac{1-\delta}{1+n} k_{t-1} \end{cases} \quad (۶)$$

با محاسبه و ساده‌سازی شرایط مرتبه‌ی اول، ذخیره‌ی مطلوب سرمایه‌ی سرانه به شرح زیر به دست خواهد آمد:

$$k^* = \left[ \frac{A\alpha(1+n)}{(1+n)(1+\rho) - (1-\delta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (۷)$$

با آگاهی از ذخیره‌ی مطلوب سرمایه‌ی سرانه، می‌توان، مصرف، پس‌انداز و محصول سرانه را در وضعیت بهینه به دست آورد.

1 - Constant relative risk aversion utility (CRRA).  
2 - Pontryagin Maximum Principle .

هم اکنون شرایطی فراهم شده است که تأثیر رشد جمعیت بر میزان تشکیل سرمایه، پس انداز، مصرف و محصول سرانه در اقتصاد ایران را با استفاده از الگوریتم ژنتیک مورد بررسی قرار دهیم. به همین منظور در قسمت بعدی مقاله روش تنظیم مسأله‌ی برنامه‌ریزی براساس الگوریتم ژنتیک در قالب نرم‌افزار MATLAB 7.1 توضیح داده شده است:

مقادیر پارامترهای مدل در فرمول‌های فوق بر اساس مطالعات تجربی انجام گرفته در اقتصاد ایران در دوره‌ی زمانی ۸۶ - ۱۳۵۰ به صورت جدول زیر گزارش شده است.

جدول ۱- داده‌های اقتصاد ایران در زمینه‌ی پارامترهای مورد نیاز الگو

| پارامتر | نرخ ترجیح زمانی ( $\rho$ ) | انحنای تابع مطلوبیت ( $\gamma$ ) | پارامتر انتقال تابع تولید ( $A$ ) | سهم نیروی کار در تولید محصول ( $\alpha$ ) | نرخ استهلاک سرمایه ( $\delta$ ) | نرخ رشد جمعیت ( $n$ )                  |
|---------|----------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|---|---------------------------------|--|
| مقدار   | ۰.۰۱                       | ۰.۵                              | ۵                                 | ۰.۳                                       | ۰.۱                             | ۰.۰۲۵                                  |
| مأخذ    | اسماعیل‌زاده، ۱۳۸۵         | اسماعیل‌زاده، ۱۳۸۵               | قنبری، ۱۳۸۷                       | قنبری، ۱۳۸۷<br>محمد پور، ۱۳۸۹             | بانک مرکزی، ۱۳۸۶                | سالنامه‌ی آماری، سال‌های مختلف (متوسط) |

#### ۴- روش تحقیق تجربی و برازش با استفاده از الگوریتم ژنتیک<sup>۱</sup>

همان‌گونه که در مقدمه اشاره شد، در این مطالعه قصد داریم به دو سؤال اساسی در خصوص تأثیر رشد جمعیت بر روند رشد اقتصادی ایران در گذشته و آینده پاسخ دهیم. به منظور پاسخ‌گویی به این سئوالات با استفاده از داده‌ها و اطلاعات در دسترس برای دوره‌های مورد نظر، از طریق الگوریتم ژنتیک بر اساس مدل رمزی، به قضاوت می‌نشینیم.

۴-۱- اگر جمعیت ایران در فاصله‌ی سال‌های ۸۶ - ۱۳۵۰ رشد نمی‌کرد، چه تأثیری بر سطح تولید، پس‌انداز و مصرف ملی بر جای می‌گذاشت؟

قبل از استفاده از الگوریتم ژنتیک برای تعیین مسیر بهینه‌ی مصرف در دوره‌ی مورد نظر، لازم است برنامه‌ی ریاضی مربوطه که حاوی توابع هدف، قید و پارامترهای مسأله بر اساس الگوی رشد بهینه‌ی رمزی است، (که در قسمت قبل توضیح داده شد)، در MATLAB 7.1 نوشته شود. (پیوست- الف). هدف ما در این قسمت به دست آوردن مسیر بهینه‌ی مصرف با کمک GA و در نظر گرفتن  $n=0$  می‌باشد. با توجه به این‌که دامنه‌ی تغییرات مقادیر مصرف سرانه ( $c_i$ ) (میلیارد ریال) طی دوره‌ی مذکور در بازه‌ی

1 - Genetic Algorithm.

[۱۴] در نوسان بوده است (پیوست - ب)، لازم است این محدوده در GA مشخص شود تا بتواند مقادیر بهینه‌ی مصرف در این فاصله را به ما معرفی کند.

#### ۴-۱-۱- مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک، تکنیک جستجوگر نیرومندی است که براساس سازوکار انتخاب و ژنتیک طبیعی طراحی شده است. در الگوریتم ژنتیک، تحلیل با انتخاب تصادفی خانواده‌ای از جواب‌های ممکن شروع می‌شود. توانایی الگوریتم ژنتیک در انجام جستجوی قدرتمند در فضاها پیچیده از طرق مختلف نظری و تجربی به اثبات رسیده است. الگوریتم ژنتیک یک روش نظیر برای بهینه‌یابی تلقی می‌شود. امروزه این روش کاربردهای گوناگونی در شاخه‌های مختلف علوم، از جمله مهندسی، اقتصاد و مدیریت دارد. از کاربردهای مهم و مطرح الگوریتم‌های ژنتیک، از کاربرد آن در بانک‌داری و حوزه مسائل مالی و تجزیه و تحلیل‌های مالی، سرمایه‌گذاری مالی و تجزیه و تحلیل بازار سهام، گردشگری و ... می‌توان نام برد (جعفریه و همکاران، ۱۳۸۵).

از آنجایی که هدف ما در این مطالعه، تجزیه و تحلیل فرایند رشد اقتصادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک می‌باشد، لازم است مراحل کار با این الگوریتم را به گونه‌ای که مناسب با طراحی مدل رشد باشد، توضیح داد. این کار به ترتیب در چهار مرحله انجام می‌شود.

۴-۱-۱-۱- ایجاد کروموزوم<sup>۱</sup>: در یک الگوریتم ژنتیک در نخستین مرحله، جمعیتی<sup>۲</sup> از کروموزوم‌ها به تعداد معین تولید می‌شوند. کروموزوم‌ها از کنار هم قرار دادن شکل کد شده‌ی پارامترها به وجود آمده و به صورت رشته‌ای از بیت‌ها هستند. این جمعیت اولیه معمولاً به صورت تصادفی ایجاد می‌شود. هر کروموزوم بیانگر یک نمونه از فضای جستجو بوده و فرد<sup>۳</sup> نامیده می‌شود. مجموعه‌ی این افراد، جمعیت یا نسل فعلی نام دارد.<sup>۴</sup>

هدف ما در مسأله‌ی مورد نظر به دست آوردن مسیر بهینه‌ی مصرف طی ۳۷ سال گذشته در وضعیت عدم نرخ رشد جمعیت است. هر یک از مصرف‌های سرانه (ci) در این ۳۷ سال، حکم یک ژن را داشته و این رشته‌ی ۳۷ تایی از مصرف، یک کروموزوم را تشکیل می‌دهد. لازم به ذکر است که پس از نوشتن برنامه در MATLAB، که آن را به

1 - Chromosome.

2 - Population.

3 - Individual.

۴- محسن دشتی اردکانی (۱۳۸۵). حل مسأله‌ی معکوس در شناسایی ناهمگنی درون مواد با استفاده از تلفیق روش المان

دلخواه PCGA نام‌گذاری کرده‌ایم، با نوشتنِ gatool در محیط MATLAB، پنجره‌ی مربوط به GA ظاهر خواهد شد. در این جا نام برنامه، تعداد متغیرها و دامنه‌ای که قرار است مقادیر بهینه‌ی مصرف در آن برآورد شود، به الگوریتم ژنتیک معرفی خواهد شد. در گام بعدی بایستی اندازه‌ی جمعیت<sup>۱</sup> تعیین شود. لازم به ذکر است، اندازه‌ی جمعیت (تعداد کروموزوم‌های حاوی ژن‌ها که همان مسیرهای بهینه‌ی مصرف است)، تأثیر فراوانی در عملکرد و راندمان الگوریتم‌های ژنتیک دارد. اگر تعداد جمعیت خیلی کم باشد، این الگوریتم‌ها با راندمان بسیار پایین عمل خواهند کرد، زیرا نمونه‌های مورد نیاز به قدر کافی برای نمایش اکثریت فضاهای جستجو وجود ندارد. کار کردن با جمعیت‌های زیاد اگرچه ارائه‌دهنده‌ی فضاهای جستجوی زیادتری است و GA می‌تواند جستجوی آگاهانه‌تری ارائه دهد، ولی این تعداد زیاد سبب می‌شود که یک هم‌گرایی زود هنگام به سمت نقاط بهینه‌ی محلی حاصل شود. به علاوه تعداد زیاد جمعیت موجب می‌شود که تعداد ارزیابی‌ها بالا باشد، لذا سرعت هم‌گرایی کند و آهسته خواهد بود. در این مسأله، اندازه‌ی جمعیت بر اساس آزمون و خطا ۱۰۰۰ مشخص گردیده و نشان می‌دهد که ۱۰۰۰ رشته کروموزوم (که شامل ۳۷ ژن  $c_i$  است) به‌طور تصادفی در دامنه‌ی معرفی شده به دست می‌آید.

۴-۱-۱-۲- انتخاب والدین: مقدار کدگشایی شده‌ی کروموزوم در قلمرو متغیر تصمیم‌گیری، امکان تعیین عملکرد یا برازندگی اشخاص عضو جمعیت را فراهم می‌آورد. این عمل توسط تابع هدف، که خصوصیات عملکرد شخص (کروموزوم) را در قلمرو مسأله تعریف می‌کند، انجام می‌شود، بنابراین تابع هدف، پایه‌ای برای انتخاب جفت‌هایی است که در زمان تولید مثل با یکدیگر ترکیب می‌شوند. در خلال فاز تولید مثل، به هر شخص، برازندگی<sup>۳</sup>، براساس مقدار خام عملکرد تعیین شده توسط تابع هدف تعلق می‌گیرد. از این مقدار برای سوق دادن فرایند انتخاب به سمت اشخاص مناسب‌تر استفاده می‌شود. اشخاص با برازندگی بالا نسبت به کل جمعیت، احتمال بیش‌تری برای انتخاب شدن و جفت‌گیری دارند و در مقابل، اشخاص با برازندگی کم‌تر احتمال انتخاب کم‌تری دارند، این مرحله را تکثیر گویند.<sup>۴</sup>

---

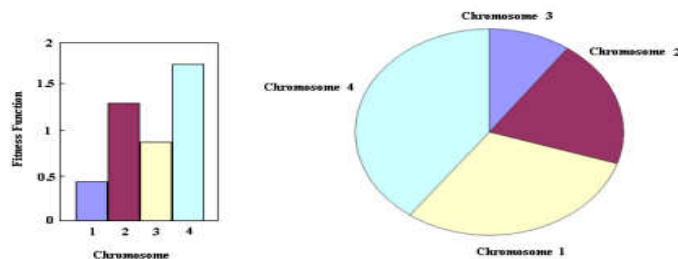
1- Population.

2- Selection Mechanism.

3- Objective Value.

۴ - احمد صادقیه (۱۳۸۴)، تصمیم‌گیری بر اساس الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی، صص ۶۴-۵۹.

گلدبرگ<sup>۱</sup>، روش چرخ گردان<sup>۲</sup> را برای تکثیر ارائه داد. در این روش یک چرخ که سطح آن متناسب با برازندگی هر رشته تقسیم‌بندی شده است، در مقابل یک نشانه می‌چرخد، تا بالأخره متوقف شود و یکی از سطوح در مقابل نشانه قرار گیرد (شکل ۱). به این ترتیب یک رشته انتخاب می‌شود. اگر برازندگی رشته زیاد باشد، شانس آن برای انتخاب شدن بیش‌تر است و برعکس. بنابراین با تکرار به دفعات مناسب می‌توان رشته‌های لازم برای اعمال عملگرهای ژنتیک را انتخاب کرد. این نوع انتخاب (تکثیر) بر اساس ارزیابی میزان برازندگی یک رشته نسبت به بقیه‌ی رشته‌ها و استفاده از عنصر تصادف است (تقوی فرد، ص. ۷).



تصویر ۱- روش انتخاب چرخ گردان

بنابراین در این مرحله باید بهترین کروموزوم‌ها جهت انجام فرایند جفت‌گیری گزینش شود. در مسأله‌ی مورد نظر با توجه به تابع هدف، کروموزومی که دارای بالاترین مطلوبیت باشد، بهترین کروموزوم است، بنابراین بر اساس تابع مطلوبیت ( $u$ ) معرفی شده در برنامه‌ی PCGA، مطلوبیت ناشی از هر  $c_i$  در هر رشته کروموزوم محاسبه شده و سپس جمع این مطلوبیت‌ها به دست می‌آید. مجموع مطلوبیت‌های به دست آمده‌ی هر رشته به صورت نزولی (بزرگ به کوچک)، مرتب و بر اساس تابع Rank به هر یک رتبه‌ای تعلق می‌گیرد، سپس درصد برازندگی هر کدام مشخص و در چرخ رولت قرار می‌گیرد. مسلماً رشته‌ای که جمع مطلوبیت ( $\sum u$ ) بالاتری دارد، درصد برازندگی بیش‌تری به آن تعلق می‌گیرد و سطح بیش‌تری از چرخ گردان را به خود اختصاص داده و احتمال انتخاب شدن آن بیش‌تر خواهد بود. لازم به یادآوری است در این‌جا آن رشته‌ی کروموزومی که بالاترین مطلوبیت را دارد به عنوان عضو نخبه<sup>۳</sup> کنار گذاشته می‌شود. در نهایت چرخ شروع به چرخیدن کرده و به‌طور تصادفی متوقف می‌شود. اهرم چرخ در

1 - Goldberg.  
2 - Roulette.  
3 - Elite.

مقابل هر قسمت قرار گرفت، آن کروموزوم به عنوان والد اول انتخاب و در چرخیدن دوباره والد دوم نیز انتخاب می شود. این روند ۹۹۹ بار تکرار می شود که همراه با عضو نخبه، همان جمعیت اولیه (۱۰۰۰ رشته) را تشکیل می دهد و به این صورت والدین برای انجام جفت گیری انتخاب می شوند.

**۴-۱-۱-۳- ایجاد فرزند:** پس از تعیین مقدار برازندگی اعضای جمعیت، می توان آن ها را با احتمالی متناظر با برازندگی نسبی شان انتخاب و برای تولید نسل بعد ترکیب کرد. به منظور ایجاد فرزندان از عملگرهای تقاطع<sup>۱</sup> و جهش<sup>۲</sup> استفاده می شود. معمولاً نرخ عملگر تقاطع ۰.۸-۰.۷ انتخاب می شود، یعنی ۷۰ درصد فرزندان توسط تقاطع دو نقطه ای، چند نقطه ای یا یکنواخت و مابقی توسط عملگر جهش ایجاد می شوند. به هر حال مجموع فرزندان ایجاد شده توسط عملگرهای ژنتیک، همراه عضو نخبه، در مجموع ۱۰۰۰ رشته ایجاد می کنند.

**۴-۱-۱-۴- تعیین مقدار برازندگی:** پس از باز ترکیب و جهش، در صورت لزوم رشته های اشخاص جمعیت (ژنوتیپ ها) کدگشایی شده، تابع هدف ارزیابی و مقدار برازندگی هر شخص تعیین می شود و اشخاص مطابق با مقدار برازندگی برای جفت گیری انتخاب می شوند و فرایند به همین ترتیب تا تولید نسل بعد ادامه می یابد. در این روش، انتظار می رود که مقدار میانگین عملکرد اشخاص در جمعیت بعد از هر نسل، افزایش یابد و ضمن این که اشخاص خوب حفظ و با یکدیگر ترکیب می شوند، اشخاص نامناسب حذف شوند. به عبارتی، فرایندهای تعیین میزان مطلوبیت رشته های جدید، تعیین درصد برازندگی و تمامی مراحل فوق تکرار می شود. هر تکرار از الگوریتم یک نسل نامیده می شود که شرط توقف الگوریتم نیز بسته به مسأله ی مورد نظر معرفی می شود. شرط توقف می تواند تعداد مشخص تکرار، رسیدن به مقدار معینی از برازندگی و یا تغییر نکردن جواب پس از چندین نسل متوالی و یا خاتمه پس از زمانی مشخص باشد، که در نهایت بهترین رشته از آخرین نسل به عنوان خروجی در نظر گرفته می شود (مؤمنی، ۱۳۸۵، ص. ۲۵۶).

در این جا بر اساس آزمون و خطا و تجربه، تعداد نسل ۵۰۰ را مناسب یافتیم. پس در GA، ۵۰۰ بار ۱۰۰۰ رشته ایجاد می شود. به عبارتی پانصد هزار رشته که هر رشته شامل ۳۷ ژن (ci) است، ایجاد شده و امکان انتخاب بهترین رشته را فراهم می آورد. در حالی که نرم افزار Excel تنها قادر به پیش بینی یک مسیر بهینه برای مصرف طی ۳۷ سال

---

1 - Crossover Operator.

2 - Mutation Operator.

می‌باشد. در نهایت پس از پایان GA، رشته‌ی مناسب و بهینه معرفی خواهد شد. با قرار دادن این رشته در برنامه‌ی Excel، مقادیر سرمایه‌ی سرانه، مصرف سرانه، درآمد سرانه و پس‌انداز سرانه بر اساس فرمول‌های شرح داده شده در قسمت (۳) به دست می‌آید.

جدول ۲- مقادیر سرانه‌ی مصرف، سرمایه، پس‌انداز و درآمد ملی (میلیارد ریال) با نرخ رشد جمعیت‌های متفاوت طی سال‌های ۸۶-۱۳۵۰

|   | n=0, ρ=%10 | n=%۲.۵<br>P=%۱۰                 | رشد مقادیر سرانه با نرخ<br>رشد جمعیت متفاوت |
|---|------------|---------------------------------|---|
|   |            | برابری بین افراد<br>(سناریوی ۱) |   |
| c | ۰.۰۰۱۹     | ۰.۰۰۲۷۷                         | ۰.۴۶  |
| k | ۰.۱۴۸      | ۰.۱۶۸۴                          | ۰.۱۴  |
| y | ۰.۰۲۰۸     | ۰.۰۲۳۶۵                         | ۰.۱۴  |
| s | ۰.۰۱۹      | ۰.۰۲۰۴۹۳                        | ۰.۰۸  |

مأخذ: بانک مرکزی و محاسبات محققان

از مقادیر منعکس شده در جدول چنین نتیجه‌گیری می‌شود که اگر در فاصله‌ی سال‌های ۸۶-۱۳۵۰ جمعیت هیچ رشدی نمی‌کرد، مقادیر به دست آمده برای مصرف، سرمایه، درآمد و پس‌انداز ملی، رقم کم‌تری را در مقایسه با این مقادیر در شرایطی که جمعیت کشور روند نرخ رشد دو و نیم درصدی را با لحاظ عدالت بین افراد (سناریوی اول) در این سال‌ها طی کرده است، اختیار می‌نمود. به عبارت دیگر رشد جمعیت دو و نیم درصدی در سال‌های گذشته، سطح مصرف سرانه را ۰.۴۶٪، سرمایه‌ی سرانه را ۰.۱۴٪، درآمد سرانه را ۰.۱۴٪ و پس‌انداز سرانه را ۰.۸٪ بالا برده است. بنابراین تعامل بین رشد جمعیت و رشد اقتصادی آشکار می‌گردد.

#### ۴-۲- آیا بهتر است رشد جمعیت را برای سال‌های آینده متوقف کرد؟

پاسخ به سؤال فوق هدف دوم مقاله می‌باشد. برای پاسخ‌گویی به این سؤال، یک دوره‌ی ۳۰ ساله (۱۴۱۷-۱۳۸۸) را در نظر گرفته و با استفاده از الگوریتم ژنتیک به برآورد و پیش‌بینی مسیر بهینه‌ی مصرف در ۳۰ سال آتی در وضعیت n=0 و افزایش یک درصدی در نرخ رشد جمعیت می‌پردازیم. در این جا نیز تمامی مراحل تشریح شده در قسمت قبل طی می‌شود، با این تفاوت که تعداد متغیرهایی که قرار است الگوریتم ژنتیک پیش‌بینی کند، ۳۰ متغیر بوده و دامنه‌ی تغییرات آن در بازه‌ی [۷ و ۴] می‌باشد.

لازم به ذکر است با توجه به این که طی سال‌های ۸۶-۱۳۵۰ مقادیر مصرف سرانه (میلیارد ریال) به صورت صعودی در بازه‌ی [۱۴و] نوسان داشته است، بنابراین پیش‌بینی می‌شود برای ۳۰ سال آتی مقادیر مصرف در بازه‌ی [۷و۴] در نوسان باشد. نتایج ناشی از اجرای الگوریتم ژنتیک در دو حالت سناریوی اول (عدالت بین زمانی) و سناریوی دوم (عدالت بین زمانی بیش‌تر) در جدول (۳) آورده شده است.

لازم به ذکر است که در این بخش، نرخ رشد جمعیت در نظر گرفته شده براساس پیش‌بینی‌هایی است که در مورد اقتصاد ایران انجام گرفته است. براساس این پیش‌بینی‌ها، نرخ رشد جمعیت ایران طی ۳۰ سال آینده به طور متوسط سالیانه حدود ۱٪ برآورد می‌شود (World Economic Outlook Database, 2009).

جدول ۳- پیش‌بینی مقادیر سرانه‌ی مصرف، سرمایه، پس‌انداز و درآمد ملی (میلیارد ریال) با مقادیر مختلف نرخ رشد جمعیت و نرخ ترجیح زمانی طی سال‌های ۱۴۱۷-۱۳۸۸

|          | $\rho=0.10$<br>(عدالت کم‌تر) |         | رشد مقادیر سرانه<br>با افزایش n | $\rho=0.05$<br>(عدالت بیش‌تر) |         | رشد مقادیر<br>سرانه با<br>افزایش n |
|----------|------------------------------|---------|---------------------------------|-------------------------------|---------|------------------------------------|
|          | n=0                          | n=0.01  |                                 | n=0                           | n=0.01  |                                    |
| <b>c</b> | 0.00529                      | 0.00550 | 0.039                           | 0.00531                       | 0.00554 | 0.043                              |
| <b>k</b> | 0.09198                      | 0.10712 | 0.16                            | 0.1044                        | 0.12326 | 0.18                               |
| <b>y</b> | 0.01893                      | 0.02046 | 0.080                           | 0.01947                       | 0.02107 | 0.082                              |
| <b>s</b> | 0.01364                      | 0.01496 | 0.096                           | 0.01416                       | 0.01554 | 0.097                              |

مأخذ: محاسبات محققان

از مقادیر منعکس شده در جدول چنین نتیجه‌گیری می‌شود که:

۱. همراه با افزایش نرخ رشد جمعیت، متوسط مقادیر بهینه طی دوره‌ی مذکور افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر افزایش ۳.۹ درصد در مصرف سرانه و ۱۶ درصد در سرمایه‌ی سرانه را خواهیم داشت. هم‌چنین درآمد سرانه در این حالت معادل ۸ درصد و پس‌انداز سرانه نیز معادل ۹.۶ میلیارد ریال افزایش خواهد یافت.

۲. به منظور برقراری عدالت بیش‌تر و تأثیر بهتر افزایش نرخ رشد جمعیت، در صورتی که هم‌زمان با افزایش نرخ رشد جمعیت، نرخ ترجیح زمانی، کاهش و از ۰.۱۰ به ۰.۰۵ برسد، در مقایسه با قبل که نرخ ترجیح زمانی بزرگ‌تر است، افزایش نرخ رشد جمعیت، شاخص‌های اقتصادی مورد نظر را در وضعیت به مراتب بهتری قرار خواهد داد. دلیل این مسأله این است که کاهش نرخ ترجیح زمانی، موجب کاهش شدت تنزیل رفاه



نسل‌های آتی شده و ارزش حال بیش‌تری را برای مطلوبیت آیندگان در نظر می‌گیرد. هرچه نرخ ترجیح زمانی کم‌تر باشد، آینده از اهمیت بیش‌تری برخوردار خواهد بود و لذا مقدار بیش‌تری نیز برای آن پس‌انداز خواهد شد. پس‌انداز بیش‌تر، ذخیره‌ی مطلوب سرمایه‌ی سرانه را افزایش داده و موجب ارتقای هم‌زمان مصرف بهینه و محصول سرانه‌ی بهینه خواهد شد. همان‌طور که جدول ۳ نشان می‌دهد، در وضعیتی که نرخ ترجیح زمانی ۰.۰۵ در نظر گرفته شود، افزایش یک درصدی نرخ رشد جمعیت، مصرف سرانه، سرمایه‌ی سرانه، درآمد سرانه و پس‌انداز سرانه را به ترتیب معادل ۴.۳۳، ۱۸، ۸.۲ و ۹.۷ درصد رشد خواهد داد.

البته می‌توان محاسبات فوق را برای دیگر نرخ‌های رشد احتمالی جمعیت نیز محاسبه کرد. برای نمونه این محاسبات برای چهار نرخ فرضی رشد جمعیت نیز انجام شده که نتایج آن به شرح جداول زیر است:

جدول ۴- مقادیر سرانه در نرخ‌های جمعیت متفاوت با  $\rho = 0.10$

|          | $n=0.015$ | $n=0.02$ | $n=0.025$ | $n=0.03$ |
|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| <b>c</b> | ۰.۰۰۵۶۵۵  | ۰.۰۰۵۵۱۷ | ۰.۰۰۵۴۲۷  | ۰.۰۰۶۰۱۴ |
| <b>k</b> | ۰.۰۸۰۱۰۸  | ۰.۰۷۹۰۲۹ | ۰.۰۷۶۹۵۴  | ۰.۰۶۶۵۰۵ |
| <b>y</b> | ۰.۰۱۷۸۵   | ۰.۰۱۷۷۹۵ | ۰.۰۱۷۶۹۹  | ۰.۰۱۶۹۱۵ |
| <b>s</b> | ۰.۰۱۲۱۹۵  | ۰.۰۱۲۲۷۸ | ۰.۰۱۲۲۷۲  | ۰.۰۱۰۹۰۱ |

مأخذ: محاسبات

جدول ۵- مقادیر سرانه در نرخ‌های جمعیت متفاوت با  $\rho = 0.05$

|          | $n=0.015$ | $n=0.02$ | $n=0.025$ | $n=0.03$ |
|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| <b>c</b> | ۰.۰۰۶۰۳۵  | ۰.۰۰۶۰۶۱ | ۰.۰۰۶۰۹۲  | ۰.۰۰۶۰۷۳ |
| <b>k</b> | ۰.۰۸۲۰۰۱  | ۰.۰۷۹۴۰۴ | ۰.۰۷۵۷۰۸  | ۰.۰۷۱۴۰۲ |
| <b>y</b> | ۰.۰۱۸۱۴۵  | ۰.۰۱۷۹۷۸ | ۰.۰۱۷۷۳   | ۰.۰۱۷۴۱۴ |
| <b>s</b> | ۰.۰۱۲۱۱   | ۰.۰۱۱۹۱۷ | ۰.۰۱۱۶۳۸  | ۰.۰۱۱۳۴۱ |

مأخذ: محاسبات

همان‌گونه که جداول ۴ و ۵ نشان می‌دهد، به ازای نرخ‌های رشد مختلف برای رشد جمعیت، مقادیر مختلفی برای متغیرهای سرانه‌ی واقعی به دست می‌آید.

براساس اطلاعات جداول ۳، ۴ و ۵، بهترین نرخ برای رشد جمعیت برای سه دهه‌ی آینده‌ی اقتصاد ایران، مفروض بر پایداری شرایط تکنیکی تابع تولید، نرخ استهلاک و سلیقه‌ی خانوارها، همان نرخ رشد یک درصدی است که توسط مراجع آماری برای اقتصاد ایران پیش‌بینی شده است.

##### ۵- نتیجه‌گیری و پیشنهاد

با استفاده از بر الگوهای رشد کلاسیکی، کینزی، نئوکلاسیکی، الگوی رشد بهینه و الگوهای رشد درون‌زا، می‌توان به بررسی اثرات رشد جمعیت بر رشد اقتصادی پرداخت. در چارچوب الگوی رشد بهینه، جمعیت، تأثیرات متفاوتی بر رشد اقتصادی می‌گذارد، از یک سو به دلیل فرم معادله‌ی انباشت سرمایه (مسأله قید)، تأثیر محدودکننده دارد و از سوی دیگر به علت حضور در تابع رفاه اجتماعی بین زمانی، فرایند رشد اقتصادی را تسریع می‌کند، بنابراین می‌توان این گونه نتیجه کرد که نرخ بهینه‌ای برای رشد جمعیت وجود دارد که به ازای آن، در کنار بیشینه شدن رفاه اجتماعی بین زمانی، مقادیر سرانه‌ی سرمایه، محصول و مصرف، بیشینه می‌شوند.

براین اساس در مقاله‌ی حاضر با استنتاج از الگوی رشد بهینه به بررسی تأثیر جمعیت بر رشد اقتصادی در ایران پرداخته شد. نتایج این بررسی نشان می‌دهد چنانچه در فاصله‌ی سال‌های ۱۳۸۶-۱۳۵۰، جمعیت کشور رشد نمی‌کرد، سطوح واقعی مصرف سرانه، پس‌انداز سرانه، سرمایه‌ی سرانه و محصول ملی سرانه که در طول سال‌های گذشته اتفاق افتاده است، در جایگاه پایین‌تری قرار می‌گرفت، به طوری که رشد جمعیت دو و نیم درصدی در سال‌های گذشته، رشد ۴۶٪ در مصرف سرانه، ۱۴٪ سرمایه‌ی سرانه، ۱۴٪ درآمد سرانه و ۸٪ پس‌انداز سرانه را موجب شده است. بنابراین رشد جمعیت ایران در طول سال‌های گذشته سهم بزرگی از متغیرهای واقعی را توضیح داده است. هم‌چنین، به‌عنوان یک سناریو، چنانچه برنامه‌ریزان کلان اقتصادی کشور، سیاست‌های کنترلی جمعیت در کشور را در دستور کار قرار دهند، به گونه‌ای که مثلاً به عنوان یک سناریو برای سال‌های آینده جمعیت ایران نرخ رشد صفر را تجربه کند، مقادیر کم تری برای سرمایه، پس‌انداز و محصول سرانه، نسبت به حالتی که، جمعیت کشور نرخ رشد ۱٪ را تجربه کند، رقم خواهد خورد. نرخ سالیانه‌ی رشد جمعیت ۱٪ در نظر گرفته شده در این مطالعه بر مبنای پیش‌بینی‌هایی است که در مورد متوسط رشد جمعیت در ۳۰ ساله‌ی آینده برای اقتصاد ایران انجام گرفته است. البته اگر برنامه‌ریزان اقتصادی کشور در توزیع امکانات بین نسلی توجه بیش‌تری به عدالت معطوف دارند، اثر

نرخ رشد جمعیت ۱٪ بر متغیرهای کلان اقتصادی بهتر خواهد بود. توجه به عدالت نیز از طریق برنامه‌ریزی گسترده و منسجم برای کاهش نرخ تنزیل اجتماعی (ترجیح زمانی) انجام پذیر است. به عبارت دیگر در صورت کاهش هم‌زمان نرخ ترجیح زمانی به ۰.۰۵ و افزایش یک درصدی نرخ رشد جمعیت، مصرف سرانه، سرمایه‌ی سرانه، درآمد سرانه و پس‌انداز سرانه به ترتیب معادل ۴.۳۳، ۱۸، ۸.۲ و ۹.۷ درصد رشد خواهند داشت. از جنبه‌ی نظری، ارتباط تنگاتنگی بین نرخ تنزیل و نرخ بهره وجود دارد. بنابراین همه‌ی سیاست‌هایی که می‌تواند نرخ بهره‌ی بازار را کاهش دهد، می‌تواند عدالت بین‌زمانی بیش‌تری را محقق کند، که در نتیجه‌ی آن، رشد جمعیت ۱٪ که برای اقتصاد ایران پیش‌بینی شده است، می‌تواند تأثیر مثبت بیش‌تری را بر روند رشد بلندمدت اقتصاد ایران بر جای گذارد.

#### ۶- فهرست منابع

- ۱- اسمعیل‌زاده، سیاه پیرانی (۱۳۸۵). *رشد بهینه‌ی اقتصادی پایا و هزینه‌های عمومی در ایران، یک تحلیل پویا*، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان.
- ۲- بخشی دستجردی، رسول (۱۳۸۶). *بررسی نظری آثار نرخ بهره بر نحوه‌ی تخصیص بین زمانی منابع در الگوهای اقتصادی*، یک دیدگاه انتقادی، طرح پژوهشی دانشگاه یزد.
- ۳- تقوی فرد، محمد تقی. کاربرد الگوریتم ژنتیک ترکیبی برای زمان‌بندی تولید کارگاهی. وبلاگ دانشکده‌ی صنایع دانشگاه آزاد واحد تهران شمال. <http://ietehranshomal.persianblog.com>
- ۴- توکلی مقدم، رضا. و اسلامی، شیدا (۱۳۸۵). "ارائه یک مدل ریاضی جدید برای برنامه‌ی زمان‌بندی نیروی انسانی و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک". فصل‌نامه‌ی شریف. (۳۶): ۴۲-۲۴.
- ۵- جعفریه، حمیدرضا (۱۳۸۵). "شبکه‌های عصبی و الگوریتم ژنتیک در تجارت". تدبیر. (۱۷۷).
- ۶- حساب‌های ملی بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران. <http://www.tsd.cbi.ir>
- ۷- خاکی نجف‌آبادی، ناهید (۱۳۸۸). *بررسی نظری و تجربی تعامل بین رشد جمعیت و رشد اقتصادی (اقتصاد ایران ۸۵-۱۳۵۰) کاربردی از الگوریتم ژنتیک*،

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد.

۸- دشتی اردکانی، محسن (۱۳۸۵). *حل مسأله معکوس در شناسایی ناهمگنی درون مواد با استفاده از تلفیق روش المان مرزی با الگوریتم ژنتیک*، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی مکانیک، دانشگاه یزد.

۹- صادقیه، احمد (۱۳۸۴). *تصمیم‌گیری بر اساس الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی*، یزد، انتشارات علم نوین.

۱۰- عبدالعلی‌زاده شهیری. سیمین (۱۳۸۲). "کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یک مجموعه‌ی دارایی از سهام بورس اوراق بهادار". فصل‌نامه‌ی پژوهش‌های اقتصادی ایران (۱۷). ۱۹۲-۱۷۵.

۱۱- قنبری، عبدالله (۱۳۸۷). *نقش مخارج تحقیق و توسعه در ارزش افزوده و بهره‌وری کل عوامل تولید بخش صنعت ایران*. پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان.

۱۲- مجیدزاده، رضا و گونترهام (۱۳۸۶). *ساخت یک بنگاه ژنتیک*. بنگاه‌های با شعب فراوان. *روزنامه‌ی اعتماد*. شماره‌ی ۸۴۵۶. ص ۱۴.

۱۳- محمد پور، غلامرضا (۱۳۸۹). *بررسی اثر سرمایه‌های فیزیکی و انسانی بر روند رشد بلندمدت اقتصاد ایران*، رهیافت رشد درون‌زا. پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد.

۱۴- مؤمنی، منصور (۱۳۸۵). *مباحث نوین تحقیق در عملیات*. انتشارات دانشکده‌ی مدیریت دانشگاه تهران. چاپ اول.

15- Arrow, K. J. & Dasgupta, P. & Maler, K. G. (2003). The Genuine Savings Criterion and the Value of Population. *Economic Theory*. 21. 217-225.

16- Barro, Robert. J & Sala -I- Martin, X (1995). *Economic Growth*. USA, Mcgraw- Hill, inc.

17- Cass, D. (1965). Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation", *Review of Economic Studies*, Vol. 32, p.233-40.

18- Chun, John (2006). "Foreign Direct Investment: A Genetic Algorithm Approach". *Elsevier*. 143- 155.

19- Dawid Herbert & Kopel Michael, (1998). "On Economic Applications of the Genetic Algorithm: A Model of the Cobweb Type", *Evolutionary Economics*. 297- 315

20- Edmund, Phelps. s (1961). "Golden Role of Accumulation", *journal of Economic* 75(4),89- 670.

- 21- Ehrlich, I & Lui, F. (1997). The Problem of Population and Growth: A Review of the Literature from Malthus to Contemporary Models of Endogenous Population and Endogenous Growth. *Journal of Economic Dynamics and Control*. 21. 205- 242.
- 22- Goldberg, David. E (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, US, Addison Wesley.
- 23- Harrod, R. F. (1939). An Essay in Dynamic Theory. *Economic Journal*, Vol. 49, No. 193 (Mar., 1939), pp. 14-33.
- 24- Introduction to Genetic Algorithms. Available at: <http://www.mcs.drexel.edu/~shartley/geneticAlgorithms.html>
- 25- Jones. C. (2002). Sources of U.S. Economic Growth in a World of Ideas. *American Economic Review*, Vol. 92. pp. 220-239.
- 26- Koopmans. T. (1965) "On the Concept of Optimal Economic Growth", *Pontificae Academiae Scientiarum Scripta Varia*, Vol. 28, p.225-300.
- 27- Koza, John. R (1990). Genetic Programming: A paradigm For Genetically Breeding Populations Computer Programs to Solve Problems, Computer Science Department.
- 28- Meade, James. (1961). *A Neo-Classical Theory of Economic Growth*. Greenwood Press.
- 29- Meade, James. (1963). The Rate of Profit in a Growing Economy. *Economic Journal*, Vol. 73, No. 292 (Dec., 1963), pp. 665-674.
- 30- Metchell, Melanie.(2004). *An Introduction To Genetic Algorithms*. A Brad Ford Book, Cambridge, Massachusetts, London, England.
- 31- Phelps, E. (1961). The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growth Men. *American Economic Review*, Vol. 51, No. 4. pp. 638-643.
- 32- Ramsy, F. P (1928). "A Mathematical Theory of Saving". *Economic Journal* (38), 543- 559.
- 33- Reichmann, Thomas. (1998). Learning and Behavioral Stability: An Economic Interpretation of Genetic Algorithms
- 34- Reynard, Jean-Philippe (2000). Genetic Algorithm Viewer: Demonstration of a Genetic Algorithm. Available: <http://www.mcs.drexel.edu>
- 35- Samuelson, P. A. (1975). The Optimum Growth Rate for Population. *International Economic Review*, Vol. 16, No. 3 (Oct., 1975), pp. 531-538.
- 36- The Neoclassical Growth Model. <http://homepage.newschool.edu/het/essays/growth/neoclass/solowgr.htm>.
- 37- Walsh, Carl.E (2003). *Monetary Theory and Policy*. Cambridge, MA: MTT press.
- 38- Weber, Ernst Juerg (2005). "Optimal Control Theory for Undergraduates", School of Economics and Commerce University of Western Australia.
- 39- World Economic Outlook (2009), IMF.

## ۷- پیوست

الف- یک نمونه از ۶ برنامه نوشته شده در MATLAB7.1 براساس الگوی رشد بهینه‌رمزی (پیش‌بینی ۳۰ سال آینده با در نظر گرفتن نرخ رشد جمعیت صفر)

```
function y = PCGA40(x)
ct = x;
%row: consumer personal rate of time preference
row = 0.1;
%n: population Growth rate
n = 0;
beta = 1/(1+row);
% gama: curvature of the annual utility function
gama = 0.5;
%A: parametre teknology in production function
A = 5;
alfa = 0.3;
%delta: deoreciation rate
delta = 0.10;
t = 0:1:30;

% ks : sarmayeye avaliyeh
ks = ((A*alfa*(1+n))/((1+n)*(1+row)-(1-delta)))^(1/(1-alfa));

% utility function
for i=1:30
u(i) = beta^t(i)*(((ct(i)^(1-gama))-1)/(1-gama));
if i==1
kt(i) = (A*ks^alfa - ct(i))+((1-delta)/(1+n))*ks;
else
kt(i) = (A*kt(i-1)^alfa - ct(i))+((1-delta)/(1+n))*kt(i-1);
end
end
tag = 1;
if kt(30) < ks
tag = 0;
end
if kt(30) < 0
tag = 0;
end
for i = 1:30
if ct(i) < 0
tag = 0;
end
end
s = sum(u);

if tag == 0
y = inf;
else
y = 1/s;
end
```

ب- انجام آزمون جهت تعیین اندازه‌ی جمعیت در الگوریتم ژنتیک

جدول ۶- آزمون و خطا جهت تعیین اندازه‌ی جمعیت در GA

| P.Z       | ۱۰     | ۱۰۰     | ۱۰۰۰    | ۱۰۰۰۰    |
|-----------|--------|---------|---------|----------|
| Time      | ۴۰.۰:۸ | ۵۸.۰:۱۶ | ۴۸.۲۴:۱ | ۳۶.۲۹:۱۷ |
| F.F=(1/u) | ۰.۰۳۷  | ۰.۰۳۶   | ۰.۰۳۵   | ۰.۰۳۵    |
| u         | ۲۷.۱۰  | ۲۶.۳۴   | ۲۸.۴    | ۲۸.۹     |

مأخذ: محاسبات محققان

P.Z: Population Size