مجله تحقیقات اقتصادی / شماره ۵۵ / پاییز و زمستان ۷۸ / صفحات ۶۴-۲۷

تحلیل مقایسه‌ای الگوهای رشد نئوکلاسیک و درون زا

دکتر حمید ابریشمی*
داود منظور**

چکیده

منتقدین الگوی رشد نئوکلاسیک بر این باورند که این الگو از توضیح رشد مستمر ناتوان است زیرا به موجب آن نرخهای تولید سرانه در صورت عدم وجود پیشرفت فنی برونزا به سمت مقادیر ثابتی میل می‌کند. به اعتقاد آنها رهیافت نئوکلاسیک نه تنها از توضیح رشد یکنواخت، مستمر، و بی انتها ناتوان است بلکه از توضیح تفاوت‌های مشاهده شده در نرخ رشد کشورها به استناد دوره‌های انتقال (موقعیت عدم یکنواخت) نیز عاجز است. علاوه بر آن، گرچه این رهیافت می‌تواند با مد نظر قرار دادن نهاده سرمایه انسانی در الگو، بخش عمده‌ای از تفاوتهای مشاهده شده در سطوح درآمد میان کشورها را توضیح دهد، ولی می‌دانیم که توضیح سطوح درآمد وظیفه اصلی تئوری رشد تلقی نمی‌شود. در مطالب مرتبط با رشد درونزا که به توضیح تولید سرانه در وضعیت یکنواخت و به دنبال آن تفاوت نرخ های رشد در بین کشورها می‌پردازد به سه رهیافت مختلف در طراحی الگوهای رشد درونزا بر می‌خوریم که تاکید اصلی هر یک از آنها بر یکی از سه عامل زیر است: (i) آثار بیرونی ناشی از انباشت سرمایه فیزیکی (ii) انباشت سرمایه انسانی (یعنی نیروی کار ماهر)، و (iii) رشد مستمر موجودی «طرحهای» تولیدی که به نوبه خود خلق طرحهای جدید

* - عضو هیأت علمی و دانشیار دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران
** - عضو هیأت علمی دانشگاه امام صادق (ع)

تولیدی را تسهیل می‌نماید. به نظر می‌رسد رهیافت سوم موجه‌ترین ساختکاری است که می‌تواند رشد مستمر به وجود آورد. پس از یک دوره فراموشی، اقتصاد رشد در سالهای (۱۹۹۹-۱۹۸۶) به یک مقوله پژوهشی بسیار پرتحرک، چه در ابعاد نظری و چه در ابعاد تجربی، تبدیل شده است.[۱] ارزیابی صحیح از نوآوریهای اخیر در مباحث رشد اقتصادی و شناخت هر چه بهتر اختلاف نظرهای مربوط مستلزم آن است که آنها را در جایگاه خود یعنی رشد اقتصادی، که قبل از نضج‌گیری پژوهشهای اخیر رشد موجود بوده است، مورد ملاحظه و تحلیل قرار دهیم. بنابراین، در قسمتهای اول تا سوم این مقاله به مرور الگوی رشد نئوکلاسیک می‌پردازیم. در قسمت چهارم به مرور ارزیابی‌های انجام شده از میزان انطباق پیش‌بینی‌های ضمنی الگوی نئوکلاسیک بر شواهد تجربی می‌پردازیم و به این نتیجه و جمع بندی می‌رسیم که الگوی نئوکلاسیک از ابعاد مختلف چندان رضایت‌بخش نیست. در ادامه به معرفی الگوهای «رشد درونزا» می‌پردازیم و اختلاف نظرهای موجود میان این دو گروه از نظریه را طرح خواهیم کرد. این مباحث که موضوع قسمت‌های پنجم و ششم از این مقاله خواهند بود مشخصاً حالت خاصی را مورد توجه قرار می‌دهند که حل دقیق آن بطور تحلیلی ممکن بوده و می‌توان جوابها را صریحاً با یکدیگر مقایسه کرد. سرانجام در قسمت هفتم به جمع‌بندی نتایج بدست آمده می‌پردازیم.

۱- چارچوب اساسی الگوی نئوکلاسیک

فرض می‌کنیم اقتصاد از تعداد خانوارهای بسیاری تشکیل می‌شود که هر خانوار می‌کوشد تا در زمان دلخواه $t = 1$ ارزش فعلی مطلوبیتهای دورهٔ زندگی خود را حداکثر نماید یعنی:

۱- در این خصوص نوآوریهای قابل توجهی توسط:
King & Rebelo (1990), Lucas (1988), Romer (1986, 89, 90), Barro & Sala - i - Martin (1992-95), Levine & Renelt (1992), Rebelo (1991), Mankiw, Romer , & Weil (1992), Summers & Heston (1988)

و دیگران صورت گرفته است. مرور جامع و مفیدی درخصوص تحلیلهای رشد اخیراً توسط Barro & Sala-i - Martin (1995) انجام شده است.

$$u(c_1) + \beta u(c_2) + \beta^2 u(c_3) + \dots \qquad (1)$$

که در آن C_t مصرف سرانه یک فرد از خانوار نمونه در طی دورهٔ t است و $\beta = \frac{1}{1+\rho}$، و $\rho > 0$ نرخ ترجیح زمانی است. فرض می‌شود تابع مطلوبیت U خوش رفتار است، به طوری که

$$u' > 0 ،\ u'' < 0 ،\ u'(0) = \infty ،\ u'(\infty) = 0 .$$

است:

چنانچه فراغت نیز به‌عنوان متغیر دیگری در کنار مصرف در تابع مطلوبیت وارد شود، نتایج الگوی نئوکلاسیک چندان تغییری نخواهد کرد، ولی جهت سهولت در این تحلیل استراحت را در نظر نمی‌گیریم و در مقابل فرض می‌کنیم که هر عضو خانوار یک واحد کار را در هر دوره به طور کشش ناپذیر و ثابتی عرضه می‌نماید.

فرض می‌شود در هر دوره تعداد افراد در هر خانوار با نرخ ν رشد می‌کند به طوری که در هر دوره تعداد اعضاء $(1 + \nu)$ برابر تعداد آنها در دورهٔ قبل می‌شود. در سایه چنین رشد جمعیتی، برخی از تحلیل‌گران تابع مطلوبیت خانوار را به گونه‌ای در نظر می‌گیرند که در آن برای $u(t)$ در هر دوره، وزنی بر مبنای تعداد افراد خانوار وزنی ملحوظ می‌شود. چنانچه در توصیف عمومی ذیل $\psi = 1$ فرض شود، تابع مطلوبیت از نوع یاد شده به صورت زیر خواهد بود:

$$u(c_1) + (1+\nu)^{\psi} \beta u(c_2) + (1+\nu)^{2\psi} \beta^2 u(c_3) + \dots \qquad (1')$$

با فرض $\psi = 0$ تابع $(1')$ به همان تابع (1) تبدیل می‌شود، در حالی که مقادیر بین صفر و یک برای ψ، حالتهای میانی را منعکس می‌نماید. (در مباحث آتی اغلب $\psi = 0$ فرض می‌شود).

هر خانوار به امر تولید نیز مشغول است و امکانات داده - ستانده‌ای آن با یک تابع تولید به صورت $Y_t = F(K_t , N_t)$ نشان داده می‌شود که در آن N_t و K_t مقادیر نهاده‌های کار و سرمایه و Y_t سطح تولید در دورهٔ t می‌باشد. فرض می‌شود تابع F همگن درجه یک است به طوری که اگر مقدار سرانه Y_t و K_t را به ترتیب با y_t

و k_t نشان دهیم می‌توان نوشت:

$$y_t = f(k_t) \qquad (۲)$$

که در آن $F(K_t) \equiv F(k_t, 1)$ و فرض می‌شود تابع f خوشرفتار است.

اگر پرداخت‌های انتقالی سرانه دولت را با V_t نشان دهیم (به طوری که V_t - خالص مالیات باشد) محدودیت بودجه خانوار در دوره t برحسب مقادیر سرانه به صورت زیر خواهد بود:

$$f(k_t) + V_t = c_t + (1+\nu)k_{t+1} - (1-\delta)\, k_t \qquad (۳)$$

که در آن δ نرخ استهلاک سرمایه است. در دورهٔ t = ۱ ، خانوار مقادیر $C_1, C_2, ... k_2, k_3 ...$ را به گونه‌ای انتخاب می‌کند که تابع (۱) با توجه به محدودیت تابع (۳) و مقدار معین k_1 حداکثر شود. به آسانی می‌توان نشان داد که شرط مرتبه اول، یعنی شرط لازم جهت بهینگی به صورت زیر خواهد بود:

$$(1+\nu)\acute{u}(c_t) = \beta \acute{u}(c_{t+1})[f'(k_{t+1}) + 1 - \delta] \qquad (۴)$$

و شرط کرانه پایانی در این حالت به صورت زیر است:

$$\lim_{t\to\infty} k_{t+1} \beta^{t-1} u'(c_t) = ۰ \qquad (۵)$$

شرط اخیر به عنوان یک شرط کرانه‌ای جدید در کنار شرط مقادیر اولیه، این مکان را فراهم می‌آورد که با استفاده از معادلات (۳) و (۴) مسیر زمانی واحدی را برای C_t و K_{t+1} بدست آوریم. شروط (۳) و (۴) و (۵) بر روی هم شروط لازم و کافی جهت بهینگی انتخاب خانوار می‌باشند.[۱]

جهت توصیف تعادل رقابتی در اقتصاد فرض می‌کنیم که کلیه خانوارها همسان و مشابه یکدیگرند به طوری که رفتار یکایک آنها با استفاده از معادلات (۳)، (۴) و (۵) توصیف شود.[۲] مخارج دولت در دورهٔ t برحسب مقادیر سرانه g_t می‌باشد که مقدار

۱- اهمیت این شرط در ضمیمه (۶) مورد بحث قرار گرفته است.

۲- مک کالم (۱۹۸۹) Mc Callum در خلال الگویی که شوکهای فن‌آوری استوکاستیک را نیز شامل می‌شود، به اثبات برخی از روابط فوق پرداخته است.

آن بطور برون‌زا تعیین می‌شود. می‌توان جهت توسعه در تحلیل‌ها[1] امکان استقراض را نیز برای دولت در نظر گرفت. ولی جهت سهولت بودجه دولت را متوازن فرض می‌کنیم. محدودیت بودجه دولت برحسب مقادیر سرانه به صورت زیر خواهد بود:

$$g_t + v_t = 0 \qquad (۶)$$

بنابراین مقادیر c_t و v_t در تعادل رقابت عمومی براساس معادلات (۳)، (۴)، (۶) و شرط کرانه پایانی ، (۵) تعیین می‌شود. در ادامه فرض خواهیم کرد $g_t + v_t = 0$ باشد که در این صورت مقادیر c_t و k_t در تعادل رقابتی با توجه به معادل (۴) و شرط زیر تعیین می‌شود:

$$f(k_t) = c_t + (1+\nu)k_{t+1} - (1-\delta)k_t \qquad (۷)$$

البته مشروط بر آنکه جوابها در معادله (۵) نیز صدق نمایند.

آنچه بیشتر مورد توجه است مسیرهای تعادل رقابتی است که از ویژگی حالت یکنواخت نیز برخوردار باشند، یعنی مسیرهایی که در امتداد آنها کلیه متغیرها با نرخ ثابتی رشد نمایند.[2] می‌توان نشان داد که در چارچوب فعلی که فاقد هر گونه پیشرفت فنی است، مشخصه حالت یکنواخت آن است که مقادیر c_t و k_t ایستا (یعنی ثابت) باشد. (البته، با ثابت بودن این مقادیر، مقادیر کل در اقتصاد با نرخ v

---

۱- در واقع، تحلیل در صورتی می‌تواند از ویژگی تعادل عمومی برخوردار شود که بین مقادیر عرضه و تقاضای سرانه سرمایه توسط خانوار h تمایز قایل شویم و آنها را به صورت $k_t(h)$ و $k_t^d(h)$ در نظر بگیریم. بدین ترتیب شرط صاف شدن بازار در دورهٔ t به صورت $\sum k_t(h) = \sum k_t^d(h)$ است، که علامت جمع بر روی همه خانوارها بسته می‌شود. با فرض یکسان بودن همه خانوارها، جهت سهولت، شرط $k_t(h) = k_t^d(h)$ برقرار خواهد بود. لذا در صورت عدم توجه به تمایز میان عرضه و تقاضا، زیانی بر تحلیل وارد نخواهد آمد. بحث مشابهی نیز درخصوص عرضه و تقاضای کار قابل طرح است. به طوری که می‌توان فرض کرد که در اقتصاد مورد بحث بازارهای کار و سرمایه نیز وجود دارد - هر چند این بازارها صریحاً در تحلیل وارد نمی‌شوند. همچنین تلویحاً فرض می‌شود که بازار وجوه نیز وجود دارد به طوری که خانوارها می‌توانند به طور یکسان از وامهای تک دوره‌ای و سرمایه به عنوان ذخیره ارزش استفاده نمایند.

۲- برخی از نویسندگان از واژه «رشد متوازن» برای چنین مسیرهایی استفاده می‌کنند. به نظر می‌رسد بهتر است از اصطلاح «حالت یکنواخت» استفاده شود که تعمیم مفهوم «حالت ایستا» ، یعنی حالتی که در آن هر متغیر با نرخ ثابت صفر رشد می‌کند، می‌باشد.

رشد خواهند کرد).[۱] بنابراین با توجه به معادله(۴) در حالت یکنواخت تعادل رقابتی خواهیم داشت:

$$f'(k) + 1 - \delta = (1 - \nu)(1 - \rho) \quad \text{یا} \quad f'(k) - \delta = \nu + \rho + \nu\rho \qquad (۸)$$

این رابطه بیان می‌کند که بازده نهایی خالص سرمایه (صرف نظر از تأثیرهای متقابل $\nu\rho$) تقریباً برابر با $\nu+\rho$ می‌باشد، که در ادامه بحث از این شرط استفاده خواهیم کرد . اگر تابع مطلوبیت را بطور عمومی‌تری به صورت معادله (۱´) در نظر بگیریم این شرط به صورت $f'(k)+1-\delta = (1-\rho)(1-\nu)^{1-\psi}$ در می‌آید. بنابراین، در حالت $\Psi = ۱$ یعنی در حالتی که اندازه خانوار در مطلوبیت آن مؤثر است، خواهیم داشت:

$$f'(k) - \delta = \rho$$

می‌توان نشان داد که در این الگو مسیر تعادل رقابتی با گذشت زمان به سمت مسیر تعادلی حالت یکنواخت میل می‌کند. به عبارت دیگر، با شروع از یک k_1 دلخواه ، k_t با گذشت زمان $(t \to \infty)$به سمت مقدار k^* ، که در معادله (۸) صدق می‌کند، میل می‌نماید. این ادعا در حالت خاص $u(C_t) = \log c_t$ ، $f(k_t) = Ak^{\alpha}_t$ و $\delta=1$ در ضمیمه (۱) مورد بررسی قرار گرفته است. (Log x لگاریتم طبیعی x می‌باشد؛ در ادامه بحث فروض فوق را به اختصار «فروض LCD» می‌نامیم که L علامت لگاریتم و CD نشانه تابع کاب - داگلاس و فرض استهلاک کامل است).

۱- این نتیجه‌گیری را می‌توان چنین توجیه نمود: در معادله (۴)، $u'(c_t)=\lambda_t$ یک متغیر مهم است. برای آنکه این متغیر با نرخ ثابت رشد کند لازم است λ_{t+1}/λ_t در طول زمان ثابت بماند. . ولی با توجه به معادله (۴) این امر مستلزم آن است که $f'(k_{t+1})$ نیز ثابت بماند و بدین ترتیب با توجه به ویژگی خوشرفتار بودن تابع f لازم است k ثابت بماند. با توجه به مباحث جبر مقدماتی ، چنانچه سه متغیر به صورت $y_t = x_t + z_t$ با یکدیگر مرتبط باشند، هر سه متغیر تنها در صورتی می‌توانند با نرخ ثابت رشد کنند که نرخ رشد آنها با هم مساوی باشد. با تکرار استدلال فوق درخصوص محدودیت بودجه(۳) می‌توان نتیجه گرفت که متغیرهای c_t، y_t ، v_t ، نیز می‌بایست با همان نرخ k ، یعنی صفر، رشد نمایند.

۲- پیشرفت فنی

از آنجا که الگوی فوق به سمت موقعیت یکنواختی میل می‌کند که در امتداد آن مقادیر سرانه در طول زمان ثابت می‌مانند، این الگو از ساختار مناسبی جهت تحلیل رشد یکنواخت برخوردار نیست. بهرحال در سنت نئوکلاسیک، رشد مقادیر سرانه با فرض وقوع پیشرفت فنی یکنواخت، که با گذشت زمان پیوسته مرز تولید را جابجا می‌کند، امکان‌پذیر می‌شود. اگر پیشرفت فنی با نرخ γ صورت پذیرد، تابع تولید را در حالت عمومی آن می‌توان به صورت $Y_t = F(k_t , N_t , (1 + \gamma)^t$ نشان داد. بهر حال، رشد حالت یکنواخت تنها در صورتی امکان پذیر است که پیشرفت فنی از نوع «کارگستر»[1] باشد، به گونه‌ای که[2]

$$Y_t = F(k_t \; (1 + \gamma)^1 N_t) \tag{۱۳}$$

باشد؛

در این صورت، اگر تابع F همگن درجه یک باشد، داریم

$$\hat{y}_t = f(\hat{k}_t) \tag{۱۴}$$

که در آن $\hat{y}_t = Y_t /(1 + \gamma)^t N_t$ و $\hat{k}_t = K_t/(1 + \gamma)^t N_t$ نشان‌دهنده مقادیر تولید و سرمایه به ازاء هر واحد نیروی کار (برحسب واحد کارایی)[3] می‌باشند.

در ضمیمه (۲) نشان داده خواهد شد که با فرض وجود پیشرفت فنی کارگستر، در حالت یکنواخت، مقادیر سرانه k_t ، c_t و y_t همگی با همان نرخ پیشرفت فنی γ رشد می‌کنند.

۳- بهینگی

بهینگی اجتماعی مستلزم آن است که مطلوبیت خانوار نمونه را نسبت به

1- Labor - Augmenting

۲- در ضمیمه (۷) نشان داده می‌شود که این نوع پیشرفت فنی برای رشد حالت یکنواخت ضروری است. البته اگر تابع تولید از نوع کاب داگلاس باشد پیشرفت فنی خنثای هیکس و پیشرفت فنی سرمایه‌گستر با پیشرفت فنی از نوع «کارگستر» هم ارز است.

3- Efficiency Unit

محدودیت منابع، در کل اقتصاد، حداکثر کنیم. در حالت خاص $g_t = v_t = 0$ است و در صورتی که مقادیر را به صورت سرانه در نظر بگیریم این محدودیت دقیقاً همان محدودیت بودجه خانوار خواهد بود. بنابراین مسأله بهینه یابی اجتماعی از مسأله بهینه‌یابی توسط خانوار نمونه متفاوت نخواهد بود. بدین ترتیب، مسیر تعادل رقابتی در عین حال از ویژگی بهینگی اجتماعی نیز برخوردار است. بهر حال چنانچه $g_t > 0$ و با اخذ مالیاتهای اختلالی تأمین مالی شده باشد، و یا در صورتی که در طراحی الگو آثار بیرونی نیز گنجانیده شود، بهینه اجتماعی و بهینه فردی ملازمتی با یکدیگر نخواهند داشت.[۱]

در پایان این قسمت متذکر می‌شود توسعه الگوی رشد نئوکلاسیک اغلب به رامزی (۱۹۲۸)، کاس (۱۹۶۵)، و کوپ منز (۱۹۶۵) منسوب می‌شود. این الگو توسط براک ومیرمن (۱۹۷۲) به فضای استوکاستیک بسط داده شد. مقاله معروف سولو (۱۹۶۵) نیز تحلیلی از رشد ارائه می‌کند که به تحلیلهای رشد نئوکلاسیک بسیار نزدیک است - هر چند وی به تحلیل بهینه‌یابی پویا از رفتار پس‌انداز خانوار نپرداخته است. مقاله سوان (۱۹۵۶) نیز تحلیلی مشابه سولو ارائه کرده است که از صراحت ریاضی کمتری برخوردار است.

۴- ضعفهای الگوی نئوکلاسیک

مشکل اساسی الگوی رشد نئوکلاسیک آن است که حتی از توضیح اساسی‌ترین واقعیت‌های رفتار واقعی رشد عاجز است. این ناتوانی تا حد زیادی، به پیش‌بینی الگو باز می‌گردد که به موجب آن تولید سرانه به سمت مسیر یکنواختی میل می‌کند

۱- فرض کنیم $g_t > 0$ از محل مالیات بر تولید با نرخ τ تأمین مالی شود بطوریکه قید بودجه (سرانه) دولت $g_t = \tau f(k_t)$ باشد، در اینصورت شرط انتخاب خانوار نمونه متناظر با معادله (۴) بصورت $(1+\nu)\acute{u}(C_t) = \beta \acute{u}(C_{t+1})[(1-\tau)f'(k_{t+1})+1-\delta]$ خواهد بود ولی شرط بهینه اجتماعی فاقد جمله $(1-\tau)$ است، بنابراین در حالت یکنواخت فاقد پیشرفت فنی مسیر تعادل رقابتی به گونه‌ای است که $(1-\tau)f'(k)-\delta=(1+\nu)(1-\rho)-1$ بطوریکه $f'(k)$ بیش از میزان بهینه اجتماعی آن خواهد بود بدین مفهوم که انباشت سرمایه کمتر از حد بهینه آن صورت می‌گیرد.

که در امتداد آن با نرخ برون‌زای γ رشد خواهد کرد. این امر بدان مفهوم است که نرخ رشد خارج از الگو تعیین می‌شود و مستقل از ترجیحات، ویژگی‌های تابع تولید، و رفتار متغیرهای سیاسی است. درنتیجه براساس این الگو نرخ رشد یکسانی برای همه اقتصادها نتیجه می‌شود که توضیح تفاوت نرخ‌های رشد بلندمدت بین کشورهای مختلف در توان این الگو نیست. مع‌الوصف، در واقع، ملت‌های مختلف، نرخهای رشد سرانه متفاوتی را طی دوره‌های زمانی طولانی حفظ کرده‌اند و به نظر می‌رسد ارتباط منظمی بین نرخهای رشد و ویژگیهای اختصاصی ملتها برقرار باشد. به عنوان مثال در اقتصادهایی که سهم بزرگی از تولید خود را به سرمایه‌گذاری اختصاص می‌دهند نرخ رشد بالاتر است. رابرت لوکاس[۱] و رمر[۲] نکته فوق و دیگر نارسایی‌ها و کاستی‌های الگوی کلاسیک را مورد تاکید قرار داده‌اند.

البته براساس الگوی رشد نئوکلاسیک، در کشورهای مختلف، نرخ رشد طی دورهٔ انتقال به مسیر یکنواخت، می‌تواند متفاوت باشد، به طوری که در کشورهایی که نسبت سرمایه به کار مؤثر تا حد زیادی پایین‌تر از مقادیر متناظر در مسیر یکنواخت تعادل رقابتی است، روند رشد سریع‌تر است. همین استدلال بود که مانع از انعکاس و بازتاب ناخرسندیهای جدی موجود نسبت به الگوی نئوکلاسیک، تا قبل از انتشار مقالات اخیر رمر و لوکاس، گردید - این استدلال یکی از دو توجیه تدافعی از الگوی نئوکلاسیک است که اخیراً توسط Mankiw (1995 , ρ. 281) ارائه شده است.[۳] حال اگر فروض استاندارد نئوکلاسیک مبنی‌بر این باشد که تابع تولید به شکل کاب - داگلاس نزدیک است و کشش تولید نسبت به سرمایه تقریباً با سهم سرمایه در درآمد ملّی برابر ($\frac{1}{3}$) باشد، در این صورت فرآیند «انتقال» نمی‌تواند تفاوت‌های مشاهده شده در

1- Lucas (1988)

2- Romer (1986 , 87 , 89)

۳- توجیه تدافعی دیگر از الگوی رشد نئوکلاسیک آن است که گفته می‌شود این الگو وظیفه دیگری به غیر از توضیح تفاوت نرخ‌های رشد در میان کشورها بر عهده دارد، و آن نیز توضیح تفاوت در «سطح» درآمد کشورها است. این بحث در ادامه خواهد آمد.

نرخ‌های رشد را که طی زمان طولانی استمرار داشته است، توضیح دهد.[۱] جهت توضیح بیشتر فرض می‌کنیم که تولید سرانه در یک دستگاه اقتصادی طی ۳۰ سال به میزان ۲/۹ برابر دستگاه اقتصادی دیگری افزایش یابد، یعنی نرخ رشد متوسط اقتصاد اول سالانه ۳/۶ درصد بیش از دومی باشد (این رقم دو برابر انحراف معیار نرخ رشد سرانه بین ۱۱۴ کشور طی سالهای ۱۹۹۰-۱۹۶۰ است،[۲] به طوری که تفاوت نرخ‌های رشد بین درصد قابل ملاحظه‌ای از کشورها بیش از این مقدار مفروض بوده است)؛ بنابراین چنانچه حساسیت تولید نسبت به سرمایه را یک سوّم فرض کنیم، موجودی سرمایه سرانه می‌بایست به نسبت ۲۴/۴ = ۳(۲/۹) برابر اقتصاد دوم، با فرض یکسان بودن نرخ‌های پیشرفت فنی در آنها، افزایش یافته باشد. یعنی نرخ بهره واقعی - تولید نهایی سرمایه - در اقتصاد اول می‌بایست در مقایسه با اقتصاد دوم به نسبت ۸/۴ = ۲/۳(۲۴/۴) کاهش یافته باشد. بنابراین، اگر نرخ بهره واقعی دو کشور در پایان دورهٔ ۳۰ ساله یکسان باشد، می‌بایست نرخ بهره اقتصاد اول در ابتدای دوره ۸/۴ درصد اقتصاد دوم بوده باشد! ولی با مراجعه به داده‌های واقعی هیچگاه به چنین تفاوتهای بزرگی در نرخهای بهره واقعی یا نسبت سرمایه به کار، بر نمی‌خوریم، این در حالی است که تفاوت در نرخهای رشد میان کشورها در موارد زیادی به میزان ۳/۶ درصد، یا بیشتر، بوده است. کینگ و ربلو[۳] ضمن انجام مقایسه میان ژاپن و امریکا، شواهدی را بیان داشته‌اند که براساس آنها استدلال فوق در صورت استفاده از فروض دیگری درخصوص تابع تولید همچنان صائب خواهد بود.

محاسبات مشابهی را می‌توان به منظور مقایسه میان کشورهای مختلف در یک دورهٔ زمانی انجام داد. درآمد سرانه کشورهای صنعتی جهان به سادگی ۱۰ برابر درآمد سرانه بسیاری از کشورهای در حال توسعه است. چنانچه تابع تولید را به

۱- بحث فوق از Mc Callum (1994) اخذ شده است.

2- Barre of Sala - i - Martin (1995), p.3

3- King & Rebelo (1993)

گونه‌ای که توصیف شد در نظر بگیریم، چنین تفاوتی میان درآمدهای سرانه حاکی از آن است که نسبت سرمایه سرانه بین آنها $۱۰^{۳} = ۱۰۰۰$، نسبت تولید نهایی سرمایه میان آنها $۱۰۰۰^{-۲/۳} = ۰/۰۱$ است. به عبارت دیگر پیش‌بینی می‌شود نرخ بازده سرمایه در کشورهای در حال توسعه ۱۰۰ برابر کشورهای صنعتی باشد. ولی یقیناً در صورت وجودِ چنین تفاوتی جریان قابل توجهی از سرمایه از کشورهای غنی به طرف کشورهای فقیر به راه می‌افتاد، که این امر چندان با واقعیت منطبق نیست.[1]

بعد دیگری از تقابل میان الگوهای رشد نئوکلاسیک و درونزا را در مسأله «همگرایی» می‌توان جستجو کرد که منشأ مطالب و نوشته‌های وسیعی در این خصوص است. براساس معادلات (۱۴) و (۲۳) اگر پارامترهای توابع مطلوبیت، تکنولوژی، و نرخ رشد جمعیت در همه کشورها، یکسان باشد، مستلزم آن است که در الگوی رشد نئوکلاسیک سطح درآمد سرانه در امتداد مسیر حالت یکنواخت برای همه آنها یکسان باشد. بنابراین، باگذشت زمان، سطوح درآمد سرانه بین کشورها می‌بایست به سمت مقدار یکسانی میل کند، یعنی می‌بایست کشورهای کم درآمد سریع‌تر از کشورهایی که از سطوح درآمد سرانه اولیه بالایی برخوردارند، رشد نمایند. ولی می‌بینیم که عملاً نرخ‌های رشد کشورها طی دورهٔ ۱۹۶۰-۱۹۵۸ ارتباط و همبستگی چندانی با سطوح درآمد اولیه نداشته است. به طوری که، ضریب درآمد سرانه اولیه در معادله رشد مورد استفادهٔ مانکیو، رمر و ویل[2] که با استفاده از داده‌های مقطعی ۹۸ کشور غیرنفتی برآورد شده است، مقدار مثبت کوچکی بوده است:

(۲۴)

$$\log y_{۱۹۸۵} - \log y_{۱۹۶۰} = \underset{(۰/۳۸)}{-۰/۲۷} + \underset{(۰/۰۵)}{۰/۰۹۴} \log y_{۱۹۶۰} \qquad \bar{R}^{۲} = ۰/۰۳ \qquad SE = ۰/۴۴$$

۱- برای ملاحظه مقایسه‌های بیشتر در این خصوص و برخی مباحث دیگر به Lucas (1990) مراجعه نمایید.

2- Mankiw - Remor - Weil (1992)

به هر حال، الگوی نئوکلاسیک به خودی خود مستلزم یکسان بودن نرخ رشد جمعیت و پارامترهای توابع مطلوبیت و تکنولوژی در میان کشورهای مختلف نیست. به عبارت دیگر، نفی همگرایی غیرشرطی به مفهوم فوق، انتقادی بر عملکرد الگوی نئوکلاسیک نیست. این الگو به تعبیر نویسندگانی مانند بارو و سالا - آی - مارتین (۱۹۹۵-۱۹۹۲) و مانکیو، رمر و ویل (۱۹۹۲)[1] بر نوعی همگرایی دلالت دارد که «همگرایی شرطی»[2] نام گرفته است.

باید توجه داشت که انتقادات فوق نه تنها به معنای زیر سؤال بردن و عدم سودمندی تحلیل‌های نئوکلاسیک نیست بلکه اذعان می‌شود که تحلیل‌های نئوکلاسیک نقش اساسی و عمده‌ای در شکل‌گیری تحلیل‌های تعادل عمومی پویا داشته است که مبنای بسیاری از نظریه‌های اقتصادی امروزی است. این تحلیل صرفاً به عنوان یک نظریهٔ رشد مورد انتقاد قرار گرفته است.

۵- ساختکارهای رشد درونزا

در پاسخ به کاستی‌های متعدد الگوی نئوکلاسیک، رمر، لوکاس، کینگ، ربلو و دیگر محققان الگوهایی را طراحی کرده‌اند که در آنها رشد یکنواخت می‌تواند به‌طور درونزا - یعنی بدون دخالت هر گونه پیشرفت فنی برونزا - تحقق یابد. در این الگوها نرخ رشد یکنواخت به پارامترهای توابع مطلوبیت، تولید و سیاست مالیاتی بستگی دارد. چنین الگوهایی به صورتهای مختلفی طراحی شده‌اند که در آنها عموماً یکی از سه ساختکار ذیل به تحقق رشد درونزا می‌انجامد. در یک گروه از این الگوها آثار بیرونی انباشت سرمایه فیزیکی و در گروه دیگر انباشت سرمایه انسانی به عنوان وسیلهٔ رشد درونزا معرفی می‌شوند که در این قسمت به توضیح آنها می‌پردازیم. گروه سوم از الگوهای رشد درونزا را در قسمت ششم معرفی خواهیم کرد.

1- Mankiw - Romer - و Barro & Sala - i - Martin (1992-95) Weil (1992)

2- Conditional Convergence

ابتدا الگوی مشتمل‌بر آثار بیرونی سرمایه فیزیکی را مورد بحث قرار می‌دهیم و برای این منظور الگوی معرفی شده در قسمت (۱) را، که فاقد پیشرفت فنی برون‌زاست، تعدیل خواهیم کرد. علی‌رغم عدم وجود پیشرفت فنی، به نوعی آثار بیرونی در تولید وجود دارد، به طوری که تابع تولید سرانه فرد نمونه را می‌توان چنین نوشت:

$$y_t = f(k_t, \bar{k}_t) \qquad f_{۲} > ۰ \quad , \quad f_{۲۲} < ۰ \qquad (۲۵)$$

که در آن $\bar{k}_t$ متوسط موجودی سرمایه افراد در سطح کل اقتصاد است. به بیان رمر[1] *«این نوع تابع تولید را می‌توان با توجه به برخورداری از دانش و نوآوری، از ویژگی‌های کالاهای عمومی دانست. اگر فرض کنیم بین سرمایه فیزیکی جدید، و دانش و نوآوریها نسبت ثابتی برقرار باشد، در آن صورت ($\bar{k}_t$) نه تنها شاخص موجودی سرمایه فیزیکی کلی است، بلکه موجودی دانش عمومی کل را نیز که هر بنگاه می‌تواند از آن منتفع شود، اندازه‌گیری می‌کند»*، ولی هر بنگاه یا خانوار واحد کوچکی است که در تصمیم‌گیری خود نسبت به k_{t+1} و دیگر تصمیماتش، $\bar{k}$ را ثابت فرض می‌کند. (چگونگی تأثیرگذاری آثار بیرونی بر نرخ رشد در ضمیمه (۳) مورد بحث قرار گرفته است).

حال به دومین ساختکار اساسی رشد درونزا می‌پردازیم که مبتنی بر انباشت سرمایه انسانی به مفهوم نیروی کار ماهر است. با صرف منابع لازم می‌توان مهارتهای نیروی کار را تقویت نمود و بهبود بخشید. یک راه ساده جهت نشان دادن آثار سرمایه انسانی آن است که انباشت محصول فیزیکی را به صورت زیر توصیف نماییم.

$$A k_t^{\alpha} (h_t n_t)^{۱-\alpha} = c_t + (۱+\nu) k_{t+۱} - (۱+\nu) k_{t+۱} \qquad (۳۰)$$

که در آن n_t سهمی از ساعات کار خانوار نمونه است که به تولید کالاها تخصیص داده می‌شود و h_t سرمایه انسانی یعنی مهارتهای کاری یک عضو خانوار نمونه را در زمان

1- (Romer 1989, p.90)

t نشان می‌دهد.[۱] این مهارتها از طریق تخصیص بخشی($1 - n_t$) از ساعات کار به تشکیل سرمایه انسانی، تولید می‌شود. در حالت کلی، سرمایه فیزیکی نیز نهاده مهمی در فرآیند تشکیل سرمایه انسانی است ولی جهت ساده شدن بحث ابتدا فرض می‌کنیم که انباشت مهارتهای نیروی کار از قانون حرکت زیر تبعیت می‌کند.

$$h_{t+1} - h_t = B(1 - n_t)h_t - \delta_h h_t \qquad (۳۱)$$

جمله آخر استهلاک مهارتها را در اثر گذشت زمان منعکس می‌کند. در این عبارت $\nu = 0$ فرض شده است.

در ضمیمه (۴) نرخ رشد یکنواخت برای این الگوی رشد درونزا استخراج می‌شود و نشان داده می‌شود که نرخ رشد چگونه تحت تأثیر پارامترهای الگو به ویژه نرخ ترجیح زمانی قرار می‌گیرد.

۶- رهیافت سوم در الگوهای رشد درونزا

آیا الگوهای درونزا که در بخش قبل به معرفی آنها پرداختیم نسبت به الگوهای نئوکلاسیک از اعتبار و مقبولیت بیشتری برخوردارند؟ امتیاز این الگوها در آن است که حداقل می‌کوشند تا فرآیند رشد را به طور درونزا توضیح دهند، ولی آیا این تلاش‌ها به لحاظ منطقی و تجربی از مقبولیت برخوردارند؟ هر چند الگوهای رشد درونزای مورد بحث در قسمت قبل از ویژگی‌های بسیار جذابی برخوردارند، به طوری که در آنها آثار بیرونی ناشی از دانش مورد توجه قرار می‌گیرد و در آنها به این واقعیت توجه می‌شود که پیشرفت مهارت‌های نیروی کار تا حد زیادی به تخصیص منابع جهت تولید چنین مهارت‌هایی بستگی دارد، مع‌الوصف به نظر می‌رسد قبل از هرگونه نتیجه‌گیری و اظهار نظری می‌بایست دو مشکل منطقی موجود در این

۱- در معادله (۳۰) شاخص سرمایه انسانی h_t همچون پیشرفت فنی تقویت کننده نیروی کار (کارگستر) در الگوی نئوکلاسیک عمل می‌کند. بنابراین در این حالت نیز رشد یکنواخت در صورتی امکان‌پذیر است که h_t با نرخ ثابتی (به صورت درونزا) رشد نماید.

الگوها را مورد بررسی قرار داد.

اولین مشکل آن است که در الگوی لوکاس یا الگوی لوکاس - ربلو، رشد مستمر و بدون انتها مستلزم افزایش بی‌پایان در سرمایه انسانی h_t است که به صورت شاخص مهارتهای تولیدی یک کارگر نمونه تعریف می‌شود. ولی برای چنین متغیری، رشد بی‌پایان فرض معقولی نیست زیرا مهارت‌های تولیدی کارگران مهارت‌هایی هستند که در تصاحب و مالکیت آنها قرار می‌گیرد. بنابراین به طور خودکار به نسل بعدی منتقل نمی‌شود. فرزند یک صنعتگر ماهر در بدو تولد همچون پدر از مهارت بهره‌مند نیست بلکه می‌بایست جهت کسب مهارتها اقدام کند و برای این منظور لازم است منابعی هزینه شود، ضمن آنکه برای این کار صرفاً عمر محدودی در اختیار دارد. از این نظر سرمایه انسانی با موجودی «دانشی» که در مالکیت عموم جامعه قرار دارد و به آسانی در دسترس همه کسانی که مایل به استفاده از آن باشند قرار می‌گیرد، متفاوت است.

بنابراین، تنها برخی از انواع دانش، که سرمایه انسانی را شامل نمی‌شود، می‌تواند مبنا و اساس رشد مستمر و بی‌انتها قرار گیرد.[۱] ولی ابداع و توسعه آن مستلزم صرف منابع است، به طوری که این سؤال پیش روی ما قرار می‌گیرد که اساساً چگونه فردی حاضر می‌شود منابع خود را به مصرف آن برساند در حالی که دانش جدید در تملک عموم جامعه، و نه فقط خود فرد، قرار خواهد گرفت. یک پاسخ به این ابهام با عنایت به سیستم حق ثبت ارائه شده است. پاسخ مطرح شده در کتاب‌ها و نوشته‌ها آن است که ایجاد و خلق «طرحهایی» که سودآوری شخصی به دنبال داشته باشد، می‌تواند افزایش در موجودی «دانش تولیدی قابل دسترس برای عموم» را به‌عنوان یک محصول جانبی در پی داشته باشد. این نوع فرآیند می‌تواند آنچنان استمرار یابد که مبنای رشد مستمر و بی‌انتها قرار گیرد. الگوهای متعددی

۱- این نکته به روشنی توسط Grossman & Helpman (1994, p. 35) تبیین شده است.

جهت تبیین دیدگاه فوق طراحی و پیشنهاد شده‌اند[۱] که در ضمیمه (۶) به اختصار به معرفی برجسته‌ترین آنها که توسط رمر در سال ۱۹۹۰ ارائه شده است، می‌پردازیم.

اشکال منطقی دوم در مورد رهیافت رشد درونزا، فرض بازده به مقیاس دقیقاً ثابت در فرآیند تولید است. به عنوان مثال، در الگوی لوکاس - ربلو جمع توان‌های سرمایه فیزیکی و انسانی در معادله (۳۰) می‌بایست دقیقاً یک باشد تا رشد یکنواخت حاصل شود. چنانچه این مجموع حتیٰ ۰/۹۹ باشد اقتصاد به سمت مسیر یکنواختی میل می‌کند که در آن هیچگونه رشدی در مقادیر سرانه نخواهیم داشت. به همین ترتیب در الگوی مشتمل‌بر آثار بیرونی سرمایه فیزیکی برای آنکه رشد یکنواخت حاصل شود مجموع $\alpha + \eta$ در معادله (۲۵) باید یک باشد - این نکته را به روشنی در معادله (۲۹) می‌توان مشاهده کرد. در الگوی رمر نیز توان A_t در سمت راست معادله (۳۹) دقیقاً می‌بایست واحد باشد. بنابراین، برای آنکه ویژگی‌های بسیار متمایز الگوهای رشد درونزا در مقایسه با الگوی نئوکلاسیک بتواند تحقق پذیرد می‌بایست مقادیر خاصی را برای پارامترهای الگو فرض کرد به طوری که فضای پارامترها عملاً به یک زیر مجموعه تهی محدود شود. این بدان معناست که رهیافت رشد درونزا عملاً رشد یکنواخت مستمر بی‌انتها را در غیاب پیشرفت فنی برونزا ایجاد نمی‌کند.

مع‌الوصف، رهیافت رشد درونزا کاملاً سودمند و منشأ نتایج ارزشمندی بوده است زیرا با فرض بازده به مقیاس نزدیک به یک در معادلات (۳۰) و (۳۱) فرآیند انتقال در الگو بسیار کند خواهد بود. سرعت تعدیل k_t به سمت k_t - که در الگوی نئوکلاسیک تحت فروض LDC براساس معادله (۱۲)، $(1-\alpha)$ محاسبه شد، در این الگو نزدیک به $(\alpha_1 + \alpha_2)$ - ۱ می‌باشد، که در آن $\alpha_1 + \alpha_2$ جمع ضرایب سرمایه

۱- ازجمله نویسندگان می‌توان به Aghion & Howitt (1992)، Grossman of Helpman (1991)، King & Levine (1993)، و Goodfriend & McDermott(1995) اشاره کرد.

فیزیکی و انسانی می‌باشد. بنابراین، اگر اثر سرمایه انسانی را همچون معادله (۳۰) به صورت نیروی کار ماهر وارد الگو کنیم، انتظار می‌رود ضریب تعدیل $(\alpha_1 + \alpha_2)$ -۱ نزدیک به صفر باشد و همگرایی به کندی صورت پذیرد. ولی چنانچه فرآیند انتقال با کندی زیاد همراه باشد، تفاوت در نرخ‌های رشد ناشی از حرکت‌های انتقالی، به سمت حالت یکنواخت تعادل رقابتی ادامه خواهد یافت به‌طوری که تفاوت‌های مشاهده شده در نرخ‌های رشد می‌تواند برای مدت زمان طولانی استمرار یابد. بدین ترتیب، حتی اگر رهیافت رشد درونزا نتواند رشد حالت یکنواخت مستمر و بی‌انتها را توضیح دهد، می‌تواند توجیه کنندهٔ بسیاری از ویژگی‌های مشاهده شده در داده‌های تجربی باشد و به طور بالقوه مبنای تحلیل‌های سیاستی سودمند قرار گیرد.

از این نظر، قابل توجه است که براساس معادله (۱۱) چنانچه در الگوهای نئوکلاسیک α نزدیک به یک و در الگوهای رشد درونزا، از نوع Ak، دقیقاً برابر یک باشد، تمایزی بین این دو الگو وجود ندارد. به طور مشخص، اگر در یک دورهٔ زمانی پارامتر کارایی A به میزان Δ تغییر کند، اثر آن بر $\mathrm{Log}k_t$ پس از T دوره در الگوی Ak به میزان $\mathrm{Tlog}\Delta$ و در الگوی نئوکلاسیک به میزان $[(1 + \alpha^{T})/(1 - \alpha)]\ \mathrm{Log}\Delta$ خواهد بود. چنانچه مقدار α نزدیک به ۱/۰ باشد، این مقادیر نزدیک به یکدیگر خواهند بود (و در حالت حدی که α به سمت ۱/۰ میل می‌کند با هم برابرند). به عنوان مثال، چنانچه α = ۰/۹۸ باشد، به ازای ω = T، ۴/۸ = (۰/۹۸ ∸ ۱) / ($۰/۹۸^{۵}$ - ۱) و به ازاء T = ۲۰، ۱۶/۶ = (۰/۹۸ -۱) / ($۰/۹۸^{۲۰}$ -۱) خواهد بود. بنابراین، عکس‌العمل سرمایه و تولید نسبت به تغییرات پارامتر A - یا هر متغیر دیگری که بر مقدار حالت یکنواخت k_t تأثیر بگذارد - هم در حالت α = ۱/۰ و هم در حالت α = ۰/۹۸، نتایج دو الگو بسیار نزدیک به یکدیگر خواهد بود. از آنجا که طول دوره‌های زمانی مورد نظر در این تحلیل در حدود ۲۵ تا ۳۰ سال می‌باشد، این مشابهت و قرابت در یک طرف

زمانی قابل ملاحظه همچنان باقی می‌ماند.

البته، این نسخه کم رنگ شده از رهیافت رشد درونزا منجر به تبدیل «آثار سطح» به «آثار نرخ رشد» نخواهد شد، حال آنکه برخی از نویسندگان، مشخصه تحلیل‌های رشد درونزا را در همین ویژگی می‌بینند. در هر حال، تفاوت میان این دو اثر، از نظر کمی، چندان زیاد نیست. به علاوه، در حالی که نتایج فوق تمایز بین الگوهای رشد درونزا و برونزا را کم رنگ‌تر می‌کند، در عین حال الگوهای رشد درونزا را در مقابل شواهد تجربی که ظاهراً به رد آن می‌انجامد، حفظ می‌نماید. به عنوان مثال، جونز[1] خاطر نشان می‌سازد که علی‌رغم افزایش در متغیرهایی (مانند سهم سرمایه‌گذاری، و سهم تحقیق و توسعه در تولید) که به موجب الگوهای معیار رشد درونزا با فرض $\alpha = 1$ باید آثار نرخ رشد را به دنبال داشته باشد، نرخ رشد امریکا در قرن اخیر افزایش نیافته است.

مانکیو، رمر، و ویل(۱۹۹۲)[2] و نیز مانکیو(۱۹۹۵)[3] استدلال کرده‌اند که هر چند الگوی نئوکلاسیک با کاستی‌ها و نقایصی همراه است، عملکرد تجربی آن بسیار بهتر از آن چیزی است که منتقدین رشد درون‌زا طرح می‌کنند و بهتر از آن چیزی است که در قسمت چهارم به آن اشاره شد.[4]

۷- خلاصه و جمع‌بندی

منتقدین الگوی رشد نئوکلاسیک بر این باورند که این الگو از توضیح رشد مستمر ناتوان است زیرا به موجب آن نرخهای تولید سرانه در صورت عدم وجود پیشرفت فنی برونزا به سمت مقادیر ثابتی میل می‌کند. به اعتقاد آنها رهیافت

1- Jones (1995)

2- Mankiw, Romer, & Weil (1992)

3- Mankiw (1995)

۴- در واقع، این نویسندگان الگوی سولو را که حالت خاصی از الگوی نئوکلاسیک است و نرخ پس‌انداز در آن برونزاست، مبنای تحلیل خود قرار داده‌اند.

نئوکلاسیک نه تنها از توضیح رشد یکنواخت مستمر و بی‌انتها ناتوان است بلکه از توضیح تفاوت‌های مشاهده شده در نرخ رشد کشورها به استناد دوره‌های انتقال (موقعیت غیر یکنواخت) نیز عاجز است. هر چند این رهیافت می‌تواند با مد نظر قرار دادن نهاده سرمایه انسانی در الگو، بخش عمده‌ای از تفاوت‌های مشاهده شده در سطوح درآمد میان کشورها را توضیح دهد، ولی نکته قابل تأمل در مورد این توانمندی الگوی نئوکلاسیک آن است که توضیح سطوح درآمد وظیفه اصلی تئوری رشد تلقی نمی‌شود.

در آثار مرتبط با رشد درونزا کوشش شده است تا رشد تولید سرانه در وضعیت یکنواخت و به دنبال آن تفاوت نرخ‌های رشد در میان کشورها توضیح داده شود.

سه رهیافت مختلف در طراحی الگوهای رشد درونزا وجود دارد که تاکید اصلی هر یک از آنها بر یکی از سه عامل زیر است: (i) آثار بیرونی ناشی از انباشت سرمایه فیزیکی (ii) انباشت سرمایه انسانی (یعنی، نیروی کار ماهر)، و (iii) رشد مستمر موجود در «طرحهای» تولیدی جدید که به نوبه خود خلق طرحهای جدید تولیدی را تسهیل می‌نماید. به نظر می‌رسد رهیافت سوم موجه‌ترین وسیله‌ای است که می‌تواند باعث رشد طویل‌المدت شود.

منابع و مآخذ

1- "Convergence," Journal of Political Economy, vol. 100 (April 1992), pp. 223-51.

2- Innovation and Growth in the Global Economy. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1991.

3- "Public Policy and Economic Growth: Developing Neoclassical Implications", Journal of Political Economy, vol. 98 (October 1990) pp. S 126 - S 150 .

4- "On the Mechanics of Economic Developement", Journal of Monetary Economics, vol. 22 (July 1988), pp. 3-42.

5- "Capital Accumulation in the Theory of Long - Run Growth", in Robert J. Barro, ed., Modern Business Cycle Theory. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1989.

6- "Increasing Returns and Long - Run Growth", Journal of Political Economy. vol. 94 (October 1986), pp. 1002 - 37 .

7- Aghion, Philippe, and Peter Howitt. "A Model of Growth through Creative Destruction, "Economietrica, vol. 60 (March 1992), pp. 323-51.

8- Barro, Robert J., and Xavier Sala - i - Martin. Economic Crowth. New York: Mc Graw - Hill, 1995.

9- Brock, William A., and Leonard J. Mirman. "Optimal Economic Growth and Uncertainty: The discounted case," Journal of Economic Theory, vol. 4 (June, 1972), pp. 479-513.

10- Cass, David. "Optimal Growth in an aggregative Model of Capital -

Accumulation", Review of Economic Studies, vol. 32 (1965), pp. 233-40.

11- Goodfriend, Marvin, and John Mc Dermott. "Early Developement", American Economic Review, vol . 85 (March 1995), pp. 116-33.

12- Grossman, Gene M., and Elhanan Helpman." Endogenous Innovation in the Theory of Growth", Journal of Economic Perspectives. vol. 8 (Winter 1994), pp. 23-44.

13-Jones, Charles I. "Time Series Tests of Endogenous Growth Models", Quarterly Journal of Economics, vol. 110 (May 1995) pp. 495-525.

14- King, Robert G., and Sergio Rebelo, "Transitional Dynamics and Economic Growth in the Neoclassical Model", American Economic Review, vol. 83 (September 1993), pp. 908-31 .

15-Levine, Ross, and David Renelt. "A Sensitivity Analysis of Cross - Country Growth Regressions," American Economic Review, vol 82 (September 1992), pp. 942-63 .

16- Lucas, Robert E., Jr. "Why Doesn't Captial Flow from Rich to Poor Countries:" American Economic Review Papers and Proceedings, vol. 80 (May 1990), pp. 92-96 .

17- Mankiw, N. Gregory. "The Growth of Nations", Brookings paper on Economic Activity, 1: 1995, pp. 275-310 and 324-26.

18- Mc Callum, Bennett T. "Macroeconomics after two decades of Rational Expectations", Journal of Economic Education, vol. 25

(Summer 1994), pp. 219-34.

19- Rebelo, Sergio. "Long - Run Policy Analysis and Long - Run Growth", Journal of Political Economy, vol. 99 (June 1991) pp. 500-21.

20- Rivera. Batiz, Luis A. , and Paul M. Romer. "Economic Intergration and Endogenous Growth", Quarterly Journal of Economics, vol 106 (May 1991), pp. 531-55.

21- Romer, Paul M. "The Origins of Economic Growth", Journal of Economic Perspectives, vol. 8 (Winter 1994), pp. 3-22.

22- Indogenous Technological Change, " Journal of Political" Economy, vol. 98 (October 1990), pp. S 71 - S 102.

23- Solow, Robert M. "A contribution to the Theory of Economic Growth", Quarterly Journal of Economics, vol. 70 (1956), pp. 65-94.

24- Summers, Robert, and Alan Heston", A New Set of International comparisons of Real Product and Price Levels Estimates for 130 Countries. 1950-1985", Review of Income and Wealth, vol. 34 (March 1988) pp. 1-25.

25- Swan, Trevor W. "Economic Growth and Capital Accumulation" Economic Record, vol. 32 (1956), pp. 334-61.

26- Uzawa, H. "Optimal Technical change in an Aggregative Model of Economic Growth", International Economic Review, vol.6 (1965), pp. 18-31.

27- Weitzman, Martin L. "Duality Theory of Infinite Horizon Convex

Models". Management Science, vol. 19 (March 1973). pp. 783-89.

28- Koopmans, Tjalling C. "On the Concept of Optimal Economic Growth" in Study Week on Econometric Approach to Developement Planning. Amsterdam: North - Holland Pub. Co., 1965.

29-Ramsey, Frank. P. "A Mathematical Theory of Saving". Economic Journal, vol. 38 (1928), pp. 543-49.

ضمیمه ۱

در این حالت خاص، معادلات (۴) و (۷) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1+\nu}{c_t}=\frac{\beta\alpha A\, k_{t+1}^{\alpha-1}}{c_{t+1}} \qquad (۹)$$

و

$$Ak_t^{\alpha}=c_t+(1+\nu)\,k_{t+1} \qquad (۱۰)$$

از آنجا که وضعیت اقتصادی در زمان t در مقدار k_t^{α} خلاصه می‌شود، منطقی به نظر می‌رسد که تصور نماییم هر یک از مقادیر k_{t+1} و c_t متناسب با k_t^{α} می‌باشند. با جای گذاری معادلات (۹) و (۱۰) صحت این تصور تأیید می‌شود:

$$c_t=(1-\alpha\beta)Ak_t^{\alpha} \text{ و } k_{t+1}=\alpha\beta(1+\nu)^{-1}Ak_t^{\alpha}$$

این جواب‌ها در شرط TC یعنی معادله (۵) نیز صدق می‌کنند، به طوری که مسیر تعادل رقابتی را نشان می‌دهند.

بنابراین جواب k_t را می‌توان به صورت معادله تفاضلی خطی مرتبه اول بیان کرد:

$$\log k_{t+1}=\log\left[\alpha\beta A/(1+\nu)+\alpha\log k_t\right] \qquad (۱۱)$$

باتوجه به آنکه ۱ > $|\alpha|$ در معادله فوق از پایداری پویا برخوردار است، Log k_t به سمت $(1-\alpha)^{-1}\log\left[\alpha\beta A/(1-\nu)\right]$ میل می‌کند. چنانچه Log k_t را از طرفین معادله فوق کم کنیم، خواهیم داشت:

$$\log k_{t+1}-\log k_t=(1-\alpha)\left[\log k^{*}-\log k_t\right] \qquad (۱۲)$$

که در آن $k^* = \left[\alpha\beta A/(1+\nu)\right]^{1/(1-\alpha)}$ بوده، α - ۱ در این حالت خاص سرعت همگرایی k_t را به سمت k^* نشان می‌دهد.

ممکن است تصور شود که فرض استهلاک کامل (δ = ۱) مانع از آن خواهد شد که بتوانیم حالت خاص فوق را در تحلیل‌های تجربی مورد استفاده قرار دهیم ولی چنین تصوری لزوماً صحیح نیست، زیرا بکارگماری حالت خاص فوق در تحلیل‌های تجربی صرفاً مستلزم آن است که دورهٔ زمانی الگو آنقدر طولانی - مثلاً بین ۲۵ تا ۳۰ سال - در نظر گرفته شود که استهلاک کامل بتواند در یک دوره تحقق پذیرد. در این صورت می‌بایست پارامترهای A، β، و ν را نیز به طور متناظری تفسیر نمود.

به عنوان مثال، چنانچه طول دورهٔ زمانی مدت ۳۰ سال و عامل تنزیل مناسب برای دورهٔ زمانی به طول یکسال ۰/۹۸ فرض شود، این عامل را می‌بایست ۰/۵۴۵ = ^{۳۰}(۰/۹۸) = β در نظر گرفت. به همین ترتیب اگر نرخ رشد جمعیت طی یکسال در حدود یک درصد باشد، برای دورهٔ ۳۰ ساله ۱/۳۴۸ = ^{۳۰}(۱/۰۱) = ν+۱ خواهد بود. بنابراین در تحلیل‌های واقع گرایانه نیز می‌توان فروض LCD را بکار بست؛ البته مشروط بر آنکه تحلیل مسایل بلندمدت مورد توجه باشد، نه نوسانات کوتاه مدت.

ضمیمه ۲

اگر قید بودجه مصرف کننده را برحسب متغیرهای موردنظر بیان کنیم، با فرض $v_t = 0$ خواهیم داشت:

$$f(\hat{k}_t) = c_t/(1 + \gamma)^t + (1 + \nu)(1 + \gamma)\hat{k}_{t+1} - (1 - \delta)\hat{k}_t \qquad (۱۵)$$

از حداکثر کردن معادله(۱) با توجه به محدودیت بودجه (۱۵) شرط مرتبه اول مثل معادله (۴) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$(1 + \nu)(1 - \gamma)\acute{u}(C_t)(1 - \gamma)_t = \beta\acute{u}(C_{t+1})(1 + \gamma)^{t+1}[f'(\hat{k}_{t+1}) + 1 - \gamma] \qquad (۱۶)$$

و شرط کرانه پایانی را نیز به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\lim_{t\to\infty} \hat{k}_{t+۱} \ \ \beta^{t-۱} u'(c_t)(۱+\gamma)^t = ۰ \qquad (۱۷)$$

از آنجا که با فرض $g_t = v_t = 0$ شرط تعادلی دیگری علاوه بر شروط فوق نخواهیم داشت، مسیرهای زمانی c_t و k_t در شرایط تعادل رقابتی براساس معادلات (۱۵) و (۱۶)[۱] و با توجه به مقدار اولیه k_t و شرط کرانه‌ای (۱۷) تعیین می‌شود.

حال، برای آنکه رشد یکنواخت امکان‌پذیر باشد می‌بایست فرض کنیم که ترجیحات یا سلیقه افراد به گونه‌ای است که تابع $\acute{u}(c_t)$ برای همه مقادیر c از کشش ثابتی برخوردار است. بر این اساس و به منظور تقارن تابع مطلوبیت، مطلوبیت معمولاً به صورت زیر فرض می‌شود:

۱- معادله (۱۶) حاکی از آن است که چنانچه بخواهیم مقدار k_t ثابت بماند، همانطور که در حالت یکنواخت، این امر ضرورت دارد، شرط $\acute{u}(c_{t+1}) = \psi\acute{u}(c_t)$ ضروری خواهد بود که در آن ψ مقدار ثابتی است. چنانچه $c_{t+1} = (1+\gamma)c_t$ باشد و از عبارت قبلی نسبت به c_t مشتق بگیریم، خواهیم داشت $u''(c_{t+1})c_{t+1}/\acute{u}(c_{t+1}) = u''(c_t)c_t/\acute{u}(c_t)$ یعنی $\acute{u}(c)$ به ازاء همه مقادیر C از کشش یکسان برخوردار است.

$$u(c_t)=\frac{c_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} \qquad \sigma>0 \qquad (18)$$

که در آن کشش $\acute{U}(c_t)$ نسبت به c_t مقدار ثابت σ می‌باشد و در حالت حدی خاص که σ به سمت ۱ میل می‌کند تابع فوق به صورت $u(c_t) = \text{Log } c_t$ درمی‌آید.[۱] با استفاده از معادله (۱۸) می‌توانیم معادله (۱۶) را به صورت زیر بازنویسی نماییم:

$$(1+\rho)(1+\nu)(c_t/c_{t+1})^{-\sigma}=f'(\hat{k}_{t-1})+1-\delta \qquad (19)$$

سرانجام، $\hat{c}_t$ را به صورت $\hat{c}_t = c_t/(1+\gamma)^t$ تعریف می‌کنیم که به موجب این تعریف $c_t/c_{t+1} = \hat{c}_t/\hat{c}_{t+1}(1+\gamma)$ خواهد بود. بنابراین می‌توانیم معادله (۱۹) را به صورت زیر بنویسیم:

$$(1+\rho)(1+\nu)(\hat{c}_{t+1}/\hat{c}_t)^{\sigma}(1+\gamma)^{\sigma}=f'(\hat{k}_{t-1})+1-\delta \qquad (20)$$

از این معادله چنین نتیجه می‌شود که در حالت یکنواخت تعادل رقابتی $\hat{k}_t$ مقدار ثابتی خواهد داشت و بدین‌ترتیب با توجه به معادله (۱۵) مقدار $\hat{c}_t$ نیز در حالت یکنواخت تعادل رقابتی مقدار ثابتی خواهد بود. بنابراین ملاحظه می‌شود که مقادیر سرانه k_t، c_t و y_t همگی با نرخ γ رشد می‌کنند. بر این اساس با توجه به معادله (۲۰) ملاحظه می‌شود که مقدار ثابت $f'(\hat{k}_t)$، یعنی تولید نهایی سرمایه برحسب واحدهای تعدیل نشده، در شرط زیر صدق می‌کند:

$$f'(\hat{k})-\delta=(1+\rho)(1+\nu)(1+\gamma)^{\sigma}-1 \qquad (21)$$

می‌توانیم جمله $(1+\gamma)^{\sigma}$ را به صورت $1+\gamma\sigma$ تقریب نماییم و با فرض آنکه γ

۱- جهت یافتن حد تابع $u(C_t)$ وقتی $\sigma \to 1$ میل می‌کند از قاعده هوپیتال استفاده می‌شود که به موجب آن حد مشتقات $d(c^{1-\sigma}-1)/d\sigma = -c^{1-\sigma}\log c$ و $d(1-\sigma)/d\sigma = -1$ محاسبه می‌شود. لذا برای $\sigma \to 1$ داریم $-C^{\circ}\log C/(-1)=\log C$

مقدار کوچکی باشد می‌توانیم جملات متقاطع را نادیده بگیریم ، بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$f'(\hat{k}) - \delta = \rho + \nu + \gamma\sigma - 1 \qquad (۲۲)$$

در حالت خاص $u(c_t) = \log c_t$ و $\sigma = 1$ می‌باشد، در نتیجه سمت راست معادله فوق به صورت $\rho+\nu+\gamma$ ساده می‌شود. به علاوه تحت فروض LCD به آسانی می‌توان نشان داد که رفتار $\hat{k}_t$ نیز همچون k_t خواهد بود. بطور مشخص با فرض $\hat{y}_t = A\,\hat{k}_t^{\alpha}$ خواهیم داشت:

$$\log \hat{k}_{t+1} - \log \hat{k}_t = (1-\alpha)\left[\log \hat{k}^* - \log \hat{k}_t\right] \qquad (۲۳)$$

که در آن $\log \hat{k}^* = (1-\alpha)^{-1} \log[\alpha\beta A/(1+\nu)(1+\gamma)]$، بدان معنا خواهد بود که با گذشت زمان، $\hat{k}_t$ به سمت $\hat{k}^*$ میل می‌کند و نرخ همگرایی $(1-\alpha)$ خواهد بود.

ضمیمه ۴

از حداکثرکردن رابطهٔ (۱) نسبت به محدودیت‌های معادلات (۳۰) و (۳۱) شروط مرتبه اول به صورت زیر بدست می‌آید.

$$C_t^{-1} = \beta C_{t+1}^{-1} \alpha A k_{t+1}^{\alpha-1} (h_{t+1} n_{t+1})^{1-\alpha} \qquad \text{(۳۲ - الف)}$$

$$C_t^{-1} A k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha} (1-\alpha) n_t^{-\alpha} = \mu_t B h_t \qquad \text{(۳۲ - ب)}$$

(۳۲ - ج)

$$\mu_t = \beta \mu_{t+1} \left[B(1-n_{t+1}) + 1 - \delta_h \right] + \beta c_{t+1}^{-1} A k_{t+1}^{\alpha} n_{t+1}^{1-\alpha} (1-\alpha) h_{t+1}^{-\alpha}$$

در اینجا μ_t قیمت سایه‌ای سرمایه انسانی، یعنی ضریب لاگرانژ متناظر با معادله (۳۱) ، می‌باشد. با فرض $g_t = \nu_t = 0$ ، تعادل رقابتی از حل پنج معادله (۳۰)، (۳۱)، (۳۲ - الف)، (۳۲ - ب) و (۳۲ ـ ج) بدست می‌آید،[1] و از حل آنها مسیر زمانی c_t ، k_t ، h_t ، n_t و μ_t تعیین می‌شود. از آنجا که معادلات (۳۰) و (۳۱) از نقطه نظر فردی و اجتماعی یکسان هستند، تعادل رقابتی، انحرافی از بهینگی اجتماعی ندارد.

حال امکان رشد حالت یکنواخت را در این سیستم مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. n_t محدود به فاصله (۱ و ۰) می‌باشد و در موقعیت یکنواخت مقدار آن باید ثابت باشد. اگر این مقدار ثابت را با n نشان دهیم، معادله (۳۱) حاکی از آن خواهد بود که g_t ، با نرخ یکنواخت $B(1-n)-\delta_h$ که آن را جهت اختصار با ξ نشان می‌دهیم، رشد خواهد کرد. از آنجا که c_{t+1}/c_t می‌بایست ثابت باشد، با توجه به معادله (۳۲ - الف)، k_t نیز می‌بایست با نرخ ξ رشد کند و با توجه به معادلهٔ (۳۰) در مورد c_t نیز همین مطلب صادق است. سرانجام، معادله (۳۲ - ب) نشان می‌دهد که $\frac{1}{\mu_t}$ نیز می‌بایست با همان نرخ c_t رشد کند. و این نتایج با (۳۲ - ج) نیز سازگار است که به موجب آن کلیه

۱- البته دو شرط کرانه پایانی نیز به آن اضافه می‌شود. این الگو یکی از دو الگوئی است که توسط Lucas (1988) ارائه شده است که تأثیر آثار بیرونی نیز در آن در نظر گرفته شده است و بسیار شبیه الگوئی است که قبلاً توسط Uzawa (1965) ارائه شده است.

جملات می‌بایست از نرخ رشد یکسانی برخوردار باشند. جهت یافتن این نرخ رشد، می‌توانیم μ_t را با عنایت به اینکه $\mu_{t+1} = \mu_t / (1 + \zeta)$ است، در دو معادله (۳۲ - ب) و (۳۲ - ج) حذف کنیم، و پس از ساده سازی چنین نتیجه می‌گیریم که:

$$\rho (1 + \zeta) = Bn \qquad (۳۳)$$

است.

از طرف دیگر، با توجه به اینکه $\zeta = B(1 - n) - \delta_h$ می‌باشد می‌توان n را برحسب پارامترهای اساسی الگو به صورت زیر نوشت:

$$n = \frac{\rho(1 + B - \delta_h)}{(1+\rho)B} \qquad (۳۴)$$

مقدار ζ نیز بدین‌ترتیب به آسانی از معادله (۳۳) به دست می‌آید. یک نکته مهم و قابل تأمل در معادلهٔ (۳۴) آن است که مقدار حالت یکنواخت n با ρ ارتباط مستقیم دارد، لذا نرخ رشد، ζ، با افزایش نرخ ترجیح زمانی، ρ، کاهش خواهد یافت. به‌عبارت دیگر هر چه اقتصاد از افرادی با شکیبایی کمتر تشکیل شود، نرخ رشد حالت یکنواخت کوچک‌تر خواهد بود. این دقیقاً همان نتیجه‌ای است که برخی از تحلیل‌گران آن را بسیار قابل قبول و موجه دانسته‌اند و در عین حال الگوی نئوکلاسیک در تحلیل آن ناتوان بوده است. بعلاوه اگر $\nu \# 0$ فرض شود، نرخ رشد رابطه منفی با ν خواهد داشت.

ضمیمه ۵

در الگوی رمر تابع تولید کالای مصرفی به صورت زیر توصیف شده است:

$$y_t = n_t^{1-\alpha} \sum_{i=1}^{At} x_{it}^{\alpha} \tag{۳۵}$$

که در آن n_t سهمی از زمان کار است که به تولید کالاهای مصرفی تخصیص داده می‌شود، و x_{it} مقدار کالای واسطه‌ای نوع i است که در دورهٔ t مورد استفاده قرار می‌گیرد.[۱] اندیس i در جمع فوق از یک تا ∞ تغییر می‌کند ولی در هر دوره، x_{it} به ازای $i > A_t$ مساوی صفر است، که در آن A_t تعداد کالاهای واسطه‌ای مورد استفاده در زمان t می‌باشد. دانش فنی تولید هر یک از کالاهای واسطه به گونه‌ای است که θ واحد از «سرمایه» k_t در تولید یک واحد از x_i بکار می‌رود، در حالی که سرمایه همان کالای مصرفی است که مصرف نشده است. بنابراین، اگر فرض شود که در زمان t مقدار یکسانی، x_t، از کلیه کالاهای واسطه‌ای، x_{it}، تولید شود، خواهیم داشت:

$$k_t = \theta \overline{X}_t A_t \tag{۳۶}$$

با فرض فوق $\sum x_{it}^{\alpha} = A_t \overline{x}_t^{\alpha}$ خواهد بود. بنابراین با جایگذاری در معادلهٔ (۳۵) خواهیم داشت:

$$y_t = n_t^{1-\alpha} A_t \left(k_t/\theta A_t\right)^{\alpha} = \left(1/\theta\right)^{\alpha} n_t^{1-\alpha} k_t^{\alpha} A_t^{1-\alpha} \tag{۳۷}$$

با توجه به عبارت سمت راست معادله فوق، روشن است که رشد یکنواخت کالای مصرفی در صورتی ممکن است که A_t به طور نمایی و بدون حد رشد کند.

ضمناً، علاوه بر آنکه برای تولید یک واحد کالای واسطه‌ای θ واحد سرمایه مورد نیاز است، تولید هر کالای واسطه‌ای مستلزم استفاده از یک طرح می‌باشد. تولید و

۱- در توصیف Romer (۱۹۹۰) فرض می‌شود که تنها یک تولیدکننده قیمت‌پذیر برای کالای مصرفی نهایی وجود دارد لذا در این جا تمایزی بین مقادیر فردی و کل قائل نمی‌شویم. در واقع، Romer (۱۹۹۰) کل نیروی کار را به تولید کالاهای مصرفی تخصیص می‌دهد و یک شاخص سرمایه انسانی را هم در تابع تولید کالای مصرفی وارد می‌کند ـ هر چند بخشی از سرمایه انسانی به تولید طرحها اختصاص می‌یابد. توصیف ما در اینجا از نظر علایم ساده‌تر و اساساً هم ارز توصیف وی می‌باشد.

خلق طرحها نیز همچون تولید کالاهای مصرفی و کالاهای واسطه‌ای مستلزم صرف منابع است. بخشی از اوقات کار را که به امر تولید طرح‌ها، و به تعبیر دیگر «پژوهش» اختصاص می‌یابد با $n_t - 1$ نشان می‌دهیم. Romer (1990) فرض می‌کند که فرآیند پژوهش به گونه‌ای است که تعداد طرح‌های جدید خلق شده توسط هر فرد با $A_t (1 - n_t)$ متناسب است، در این حالت، A_t تعداد کل طرحهای کالاهای واسطه‌ای موجود در زمان t خواهد بود. بنابراین رمر فرض می‌کند که طرح‌ها از نظر فرآیند پژوهش غیر رقابتی هستند و مجموعه دانش طرح‌های انباشته شده تا به امروز، تقویت فعالیت‌های هر یک از پژوهشگران را موجب می‌شود. بنابراین تغییرات A_t را در طول زمان می‌توان به صورت زیر توصیف کرد:

$$A_{+1} - A_t = \rho N(1 - n_t)A_t \qquad (۳۸)$$

که در آن φ جمله ثابت تناسب و N تعداد پژوهشگران است که هر یک $(1-n_t)$ واحد از کار را در زمان t به پژوهش اختصاص می‌دهند. در اینجا مسأله اساسی در امر تخصیص آن است که $1-n_t$، یعنی سهمی از زمان را که به جای تولید کالای مصرفی به امر پژوهش اختصاص داده می‌شود، تعیین نماییم. در الگو رمر، این تخصیص، به تقاضای پژوهش بستگی دارد که یک تقاضای اشتقاقی است و به نوبه خود به میزان مفید بودن کالاهای واسطه در تولید کالاهای مصرفی و میزان ضرورت طرح‌ها جهت تولید بستگی دارد. بنابراین، تغییرات A_t با توجه به انتخاب‌های بهینه‌یابی یکایک افراد در اقتصاد، تعیین می‌شود. به هر حال، در حالت یکنواخت، که رمر «وجود» آن را با ارائه تحلیل دقیقی اثبات کرده است، n_t در طول زمان ثابت خواهد بود و A_t با نرخ ثابتی، همانگونه که در معادله (۳۸) ملاحظه می‌شود، رشد می‌کند. بنابراین رشد مستمر و بی‌انتها در این الگو از طریق انباشت بی‌پایان، عقلایی، و درون زای دانش تحقق می‌پذیرد.[۱]

۱- Rivera - Batiz & Romer (1991) استدلال می‌کنند که کاربرد مهم این تحلیل را در حوزه روابط بین‌الملل می‌توان یافت به طوری که به موجب این استدلال ادغام اقتصادی و آزادسازی تجاری (کالاها وایده‌ها) موجب شکوفایی رشد می‌شود.

ضمیمه ۶- شروط کرانه پایانی

در این قسمت در صدد اثبات ریاضی شروط کرانه پایانی نیستیم بلکه می‌کوشیم تا نقش و ماهیت آن را در مسائل بهینه‌یابی با افق نامحدود و به‌طور شهودی توضیح دهیم. مسألهٔ مطرح شده در قسمت اول این فصل را در نظر می‌گیریم که در آن معادله (۱) را نسبت به محدودیت رابطهٔ (۳) حداکثر می‌نماییم. چنانچه افق زمانی را محدود یعنی T دوره در نظر بگیریم، تابع لاگرانژ چنین خواهد بود:

$$\mathcal{L}_1 = u(c_1) + \beta u(c_2) + \dots + \beta^{T-1} u(c_T) + \lambda_1 \left[f(k_1) - c_1 + (1+\nu)k_2 + (1-\delta)k_1\right]$$
$$+ \beta\lambda_2 \left[f(k_2) - c_2 - (1+\nu)k_3 + (1-\delta)k_2\right] + \dots$$
$$+ \beta^{T-1}\lambda_T \left[f(k_T) - c_T - (1+\nu)k_{T+1} + (1+\delta)k_T\right] \qquad \text{(۱ - الف)}$$

برای هر یک از دوره‌های زمانی $t = 1, 2, \dots, T$ شروط مرتبه اول زیر برقرار است:

$$u'(c_t) - \lambda_t = 0 \qquad \text{(۲ - الف)}$$

$$-(1+\nu)\lambda_t + \beta\lambda_{t+1}\left[f'(k_{t+1}) + 1 - \delta\right] = 0 \qquad \text{(۳ - الف)}$$

به علاوه مشتق تابع لاگرانژ نسبت به k_{T+1} نیز به صورت $\partial\mathcal{L}/\partial k_{T+1} = -\lambda_T\beta^{T-1}(1+\nu)$ وجود دارد. اگر مسأله به گونه‌ای بود که از مثبت بودن جواب k_{T+1} مانند c_T و ... c_1 و k_1 و ... و k_2 اطمینان حاصل می‌شد، در آن صورت این مشتق جزئی را مساوی صفر قرار می‌دادیم. ولی خانوارها ترجیح می‌دهند k_{T+1} مقدار منفی و تا حد امکان بزرگ باشد زیرا در این صورت c_T می‌تواند بسیار بزرگ باشد. بنابراین محدودیت $k_{T+1} \geq 0$ نیز در اینجا مطرح است و شرط دو بخشی کان - تاکر (Kuhn - Turker) را به صورت زیر نتیجه می‌دهد:

(۴ - الف)

$$-k_{T+1}\left[\lambda_T\beta^{T-1}(1+\nu)\right] = 0 \qquad -\lambda_T\beta^{T-1}(1+\nu) \leq 0$$

از آنجا که با توجه به شرط (۲- الف) مقادیر $\lambda_T, \dots, \lambda_1$ مؤکداً مثبت است، از بین دو شرط فوق شرط سمت چپ همیشه به صورت نامساوی برقرار است و از شرط سمت

راست نتیجه می‌گیریم که $k_{T+1} = 0$ است.

حال، در همان مسأله قبل افق زمانی را نامحدود در نظر می‌گیریم به طوری که T به سمت ∞ میل کند. در این حالت نیز شروط (الف - ۲) و (الف - ۳) را برای همه دوره‌های ... و ۲ و ۱ = t خواهیم داشت و به جای شرط (۴ - الف)، شرط کرانه پایانی را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\lim_{T\to\infty} k_{T+1} \quad \beta^{T-1}\lambda_T = 0 \qquad \text{(۵ - الف)}$$

تفسیر رابطه فوق آن است که ارزش فعلی k_{T+1} برحسب واحدهای مطلوبیت نهایی می‌بایست، هنگامی که T به طور نامحدود رشد می‌کند، به سمت صفر میل کند. از آنجا که β^{T-1} به سمت صفر میل می‌کند لازم نیست که k_{T+1} به سمت صفر میل نماید.

اهمیت شرط کرانه پایانی آن است که بدون آن از معادلات تفاضلی (۲- الف) و (۳- الف) مسیر تعریف شدهٔ معینی در حالت افق نامحدود بدست نمی‌آید زیرا تنها یک شرط اولیه (یعنی مقدار k_1) در اختیار ما قرار دارد. بنابراین نقش این شرط آن است که شرط کرانه‌ای جدیدی را جهت تعیین دنباله جواب... $k_2, k_3, \ldots, c_1, c_2, \ldots$ فراهم می‌آورد. این شرط مانع از آن خواهد شد که افراد بهینه کننده، مسیری را آغاز کنند که در شروط (۲-الف) و (۳-الف) صدق کند و در عین حال به مقادیر k_t منفی بینجامد یا به انباشت زاید دارایی‌ها منجر شود که هیچگاه به مصرف نمی‌رسند.

در مسأله افق نامحدود فعلی، شروط (۲- الف) و (۳- الف) به ازاء ... و ۲ و ۱ = t و شرط (۵- الف) شروط لازم هستند و مشترکاً برای بهینه‌یابی کافی نیز می‌باشند. در برخی مسایل خاص با تابع هدف مقعر و مجموعه محدودیتهای محدب ، شروط کرانه پایانی برای بهینگی لازم نیست. ولی در اغلب مسایل افق نامحدود، این شرط نیز، همانطور که وایتزمون (Weitzmun(۱۹۷۳ نشان داده است، شرط لازم برای بهینه‌یابی است.

ضمیمه ۷

در این قسمت می‌کوشیم نشان دهیم چنانچه تابع تولید سرانه به صورت زیر باشد:

$$y = f(n, k, t) \qquad (\text{۱- ب})$$

و تابع فوق در عین حال برحسب n و k همگن درجه یک (HD1) باشد، رشد حالت یکنواخت تنها در صورتی ممکن خواهد بود که پیشرفت فنی از نوع کارافزا باشد. برای شروع فرض می‌کنیم عرضه نیروی کار غیر حساس و ۱ = n است. در این صورت HD1 حاکی از آن است که $\lambda f(1,k,t) = f(\lambda,\lambda k,t)$ به ازای هر $\lambda > 0$ می‌باشد. بنابراین اگر متغیر x را به صورت $x = k/y$ تعریف کنیم در این صورت $f(1/y, x, t) = 1$ خواهد بود که با استفاده از آن می‌توانیم تابع ϕ را چنان تعریف کنیم که $y = \phi(x, t)$ باشد. بنابراین اگر مشتق جزیی را نسبت به k محاسبه کنیم، خواهیم داشت.

$$\partial y / \partial k = \phi_1(x,t)\left[-ky^{-2}\,\partial y/\partial k + y^{-1}\right] \qquad (\text{۲- ب})$$

از مرتب کردن آن خواهیم داشت

$$\partial y / \partial k = \frac{\phi_1(x,t)}{\phi(x,t) + x\phi_1(x,t)} \qquad (\text{۳- ب})$$

بنابراین، برای آنکه $\partial y / \partial k$ مستقل از t باشد باید بتوانیم سمت راست معادلهٔ (۳- ب) را به صورت c(x) بنویسیم که در این صورت $\phi_1(x,t) = c(x)\left[\phi(x,t) + x\phi_1(x,t)\right]$ یا

$$\frac{\phi_1(x,t)}{\phi(x,t)} = \frac{c(x)}{1 - xc(x)}$$

خواهد بود.

در این حالت $\frac{\phi(x,t)}{\phi_1(x,t)}$ مستقل از t است ولی این امر حاکی از آن است که $\phi(x,t)$ را می‌توان چنین نوشت: $\phi(x,t) = A(t)\,\psi(x)$

بنابراین $y = A(t)\,\psi(x)$ و $x = \psi^{-1}[y/A(t)]$ و در نتیجه

$k = xy = y\psi^{-1}\ [y/A(t)]$ و در معادلهٔ (۶ - ب)

$\frac{k}{A(t)} = \left[y/A(t)\right]\ \Psi^{-1}\left[y/A(t)\right] \equiv G\left[y/A(t)\right]$ خواهد بود.

سرانجام، وارون تابع G حاکی از آن است که

(۷- ب)
$$y/A(t) = G^{-1}\left[k/A(t)\right] = g\left(k/A(t)\right)$$
است.

بنابراین تابع $y = f(1, k, t)$ می‌بایست به صورت $y = f\sim(A(t), k)$ باشد.

اثبات فوق از مقاله ازاوا (۱۹۶۱)Uzawa اقتباس شده است.