**پیوست (الف):**

 اثبات رابطه (1):

 (1)

اثبات رابطه (2):

 (2)

اثبات رابطه (3):

اگر شود مصرف­کننده کالای *d* را نمی­خرد چون شده و اگر باشد مصرف­کننده کالای d را با نمی­خرد چون است اما همچنان *d* را با می­خرد چون است. پس حداکثر مقدار برابر با است و چون فرض شده است حداکثر مقدار برابر می­شود.

بنابراین بنگاه­ استراتژی قیمت­گذاری را برای کالای d بازی نمی­کند چون توسط استراتژی مغلوب می­شود. از طرفی استراتژی را هم بازی نمی­کند چون توسط مغلوب می­شود. از آنجا که حداقل مقدار صفر است، بازه تعریف شده برای به­صورت زیر می­باشد:

(3)

**پیوست (ب):**

 (مرحله سوم بازی)

1.

 (1-1)

با ورود بنگاه 1 برای وارد کردن کالای d، و را مقایسه می­کنیم:

 *,*

*بنابراین در حالت اول که*  است، می­شود. یعنی مصرف­کنندگان بازار F از مصرف کالای d و  *مطلوبیت بیشتری کسب می­کنند و از کالای بنگاه 2 تقاضا نمی­کنند. در نتیجه تمام تقاضا جذب کالاهای بنگاه واردشونده می­شود. بنابراین در این حالت تقاضا به­صورت خواهد بود.*

*با جایگذاری در رابطه (1-1) خواهیم داشت:*

*تقاضا برای کالای d نیز می­باشد.*

(4)

(1-2)

 را مقایسه می­کنیم:

 ,

*بنابراین در حالت دوم که*  است، می­شود. یعنی *تمام تقاضا جذب کالاهای بنگاه واردشونده می­شود. بنابراین در این حالت نیز تقاضا به­صورت خواهد بود.*

 را در رابطه (2-1) جایگذاری می­کنیم:

تقاضا برای کالای d نیز به­صورت زیر خواهد بود:

 (5)

**3.**

 (1-3)

سه حالت برای مقایسه بررسی می کنیم:

 **3-1. ,**

 اگر باشد:

 در نتیجه مصرف­کننده کالای d را نمی­خرد و چون است را هم نمی­خرد. بنابراین در این حالت تقاضایی برای کالای بنگاه 1 وجود ندارد:

و حدود قیمتی برای این رابطه تقاضا با توجه به رابطه (1-3) به صورت زیر است:

اگر باشد:

 (2-3)

به این معنی که مصرف­کننده کالای d را با می­خرد.

 از طرفی چون است پس نیز می­باشد:

 چون است یعنی :

در نتیجه نیز برقرار است، یعنی : (3-3)

بنابراین مصرف­کننده کالای d را با نیز می­خرد.

تابع تقاضا برای کالای بنگاه 1 را به صورت زیر به­دست می­آوریم:

چون فرض شده است، را جایگذاری می­کنیم:

 (6)

از آنجا که می­باشد تابع تقاضا برای کالای نیز به­صورت زیر خواهد بود:

روابط (3-2) و (3-3) نشان می­دهند که برخی مصرف­کنندگان از مصرف *d* و مطلوبیت بیشتری کسب می­کنند و برخی از مصرف *d* و . بنابراین تابع تقاضا برای کالای به صورت رابطه (6) خواهد بود.

*دامنه قیمتی را برای تابع تقاضای (6) به­دست می­آوریم:*

 (4-3)

 (5-3)

 (6-3)

از رابطه (5-3) و (6-3) داریم: (7-3)

بنابراین:

 (8-3)

**3-2. ,**

فرض بر این است که مصرف­کننده قبل از ورود کالای d ، را مصرف می­کرده و بعد از ورود کالای d، مصرف d و را به مصرف به d و ترجیح می­دهد. حال بررسی می­­کنیم که با ورود کالای d مصرف­کنند­گان همچنان ترجیح می­دهند که را تنها مصرف کنند یا d و را با هم. نقطه بی­تفاوتی این دو را بدست می­آوریم:

مقدار منحصر به فرد v بدست می­آید:

 (9-3)

که در این مقدار مصرف­کننده بین مصرف تنهای و مصرف همزمان d و بی­تفاوت است.

اگر شود، یعنی بوده و این نشان دهنده تقاضای مصرف­کننده برای مصرف d و بعد از ورود کالای d می­باشد. از طرفی چون نیز هست، فقط کالای مصرف می­شود.

با استفاده از شرط دامنه قیمت را به­دست می­آوریم:

 (10-3)

و اگر باشد به معنی است که چون نیز می­باشد، مصرف­کننده کالای را مصرف نمی­کند:

به کمک رابطه دامنه قیمت را به­دست می­آوریم:

 (11-3)

 (12-3)

**3-3. ,**

*یعنی قبل از ورود کالای d مصرف­کنندگان کالای را مصرف می­کردند و بعد از ورود کالای d نیز، d را با مصرف می­کنند. بنابراین هیچ مصرف­کننده­ای کالای را نمی­خرد پس است.*

*برای به­دست آوردن دامنه قیمت از* رابطه استفاده می­کنیم:

 (13-3)

 (7)

از اشتراک روابط (4)، (5)، (3-8)، (3-12) و (7) توابع تقاضا در مرحله اول مدل به صورت زیر به­دست آمده­اند:

 (8)

**پیوست ج: (مرحله دوم بازی)**

1. حالت ورود مستقیم:

ابتدا تقاضای را بررسی می­کنیم. با توجه به رابطه (8)، حداکثر قیمتی که در این حالت بر کالای وضع می­شود برابر است. بنگاه 2 که تقاضایی در بازار ندارد، قیمت را به­صورت تعیین می­کند. بنابراین قیمت کالای در تعادل برابر است *با:*  (9)

*تابع سود تشکیل می­دهیم:*

 (10)

*تابع سود:* (11)

*از مثبت شدن سود به نتایج زیر می­رسیم:*

(12)

 (13)

*تقاضا را در حالت را بررسی می­کنیم. برخی مصرف­کنندگان کالای d را با تقاضا می­کنند و برخی دیگر کالای d را با. تقاضا برای کالای d که با مصرف می­شود و تقاضا برای کالای d که با مصرف می­شود است.*

 (14)

 (15)

 (16)

 (17)

 (18)

1. *ورود از طریق صادرات*

حالت : تمام تقاضای بازار برای کالای بنگاه 1 می­باشد. همچنین تقاضا برای کالای *d* در این بازار است.

 (19)

با توجه به رابطه (8)، حداکثر قیمتی که در این حالت بر کالای وضع می­شود برابر است. بنگاه 2 که تقاضایی در بازار ندارد، قیمت را به­صورت تعیین می­کند. بنابراین قیمت کالای در تعادل برابر است *با:*

(20)

سود مثبت است، بنابراین:

*حالت : تقاضا برای کالای d که با مصرف می­شود و تقاضا برای کالای d که با مصرف می­شود است.*

 (21)