

برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانواده FIGARCH

غلامرضا کشاورز حداد

استادیار گروه اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف
G.K.Haddad@sharif.edu

باقر صمدی

کارشناس ارشد اقتصاد - پژوهشگر
Baghersamadi@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۶/۵ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۲/۱۵

چکیده

پیش‌بینی تلاطم یکی از مهم‌ترین موضوعات مورد مطالعه ریسک در بازارهای مالی است. در تحقیق حاضر ابتدا با استفاده از روش‌های GARCH، تلاطم موجود با استفاده از ۱۴۶۷ داده روزانه برای شاخص قیمت بورس تهران برآورد شده و بهترین مدل‌ها در تخمین و پیش‌بینی تلاطم برای توزیع نرمال و توزیع تی-استیودنت نتیجه شده است. با توجه به وجود علائم حافظه بلندمدت برای تبیین میانگین شرطی، از مدل ARFIMA و برای واریانس شرطی، در کنار مدل‌های با حافظه کوتاه مدت، از مدل با حافظه بلندمدت FIGARCH استفاده شده است. برای انجام پیش‌بینی در دوره خارج از دوره نمونه، مدل ARFIMA-FIGARCH با توزیع نرمال، دقیق‌ترین مدل بوده و نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. یکی از روش‌های مطرح در بررسی ریسک‌ها و مدیریت ریسک، تخمین VaR یا ارزش در معرض خطر است. مقایسه مدل‌ها نشان می‌دهد که در سطوح اطمینان متفاوت برای تخمین ارزش در معرض خطر، مدل‌های مختلف نتایج متفاوتی می‌دهند، ولی می‌توان گفت مدل FIGARCH در سطح معنی‌داری ۲/۵٪ بهترین عملکرد را در میان مدل‌های GARCH دارد.

طبقه‌بندی JEL: F45, G32

کلید واژه: ARFIMA، مدل‌های GARCH، حافظه بلند مدت، ارزش در معرض خطر، شاخص قیمت بورس تهران

۱- مقدمه

پیش بینی تلاطم یکی از مهم ترین موضوعات مورد مطالعه در بازارهای مالی دنیا است. تلاطم به عنوان یک عامل مؤثر در تعیین ریسک سرمایه گذاری، می تواند نقش مهمی در تصمیم گیری سرمایه گذاران ایفا کند. یک تخمین مناسب از تلاطم قیمت سهام یا معامله های اختیار در یک دوره سرمایه گذاری نقطه آغازین بسیار مهمی در کنترل ریسک سرمایه گذاری است. اهمیت عامل تلاطم در بازارهای مالی مختلف در تعیین قیمت معامله های اختیار و سهام شرکت ها تعیین کننده بوده و در کشورهایی با بازارهای مالی گسترده، برای تعیین سیاست های پولی مؤثر غیرقابل انکار است. ولی ماهیت تلاطم در بازارهای مختلف متفاوت بوده و با وجود آن که استفاده از روش های آماری در بررسی تلاطم در بیش تر بازارهای مالی کشورهای پیشرفته بسیار مدنظر قرار گرفته است، ولی آن چه بسیار مورد تأکید است، این است که تاکنون هیچ روش قطعی برای پیش بینی تلاطم بازده سبد سهام به عنوان روشی با قابلیت اطمینان بالا مطرح نبوده است و اگر در یک بازار مشخص، روشی کارایی بالاتری از خود نشان می دهد، در بازاری دیگر لزوماً از کارایی بالائی برخوردار نیست. ماهیت متفاوت بازارها، تأثیرپذیری از ساختار اقتصادی کشورها، درجه توسعه یافتگی بازارهای مالی، برهم کنش بازارهای مالی روی همدیگر، زمینه ساز انجام مطالعات گسترده ای برای پیش بینی تلاطم در بازارهای مالی در کشورهای مختلف شده است، که معمولاً به نتایج یکسانی هم منجر نشده و محققان روش های مختلفی را ارایه داده اند. با این وجود در سال های اخیر تحقیقاتی در بازارهای مالی ایران برای پیش بینی تلاطم بازار سهام انجام شده، که تعداد مطالعات و تحقیقات انجام شده اندک بوده و به ویژه از خطای تصریح مدل برخوردار هستند، به طوری که در بیش تر آن ها، با وجود به کارگیری داده های روزانه، از روش شناسی تحلیل سری های زمانی سالانه استفاده شده است (شاهمرادی و زنگنه (۱۳۸۶)). بنابراین جای خالی مطالعات مربوط به مدل های با حافظه بلندمدت پیش بینی تلاطم احساس می شود.

تلاطم معمولاً به صورت انحراف معیار نمونه مورد تحقیق در نظر گرفته می شود. مدل های مختلفی برای تخمین و پیش بینی تلاطم بازده وجود دارد که به سه گروه کلی، مدل های سری زمانی، مدل های اختیارات و مدل های مبتنی بر روش های ناپارامتریک تقسیم می شوند. مدل های سری زمانی برای مدل سازی تلاطم بازده دارای ها هم در سه دسته اصلی تقسیم بندی می شوند که شامل مدل های "پیش بینی

براساس واریانس‌های گذشته، مدل‌های GARCH و مدل‌های تصادفی^۱ است. از گروه اول می‌توان به مدل‌های گام تصادفی، میانگین مجذور بازده یا مدل‌های ساده میانگین واریانس^۱ و مدل‌های مبتنی بر تلاطم گذشته، شامل مدل‌های میانگین متحرک ساده و میانگین متحرک وزنی نمائی، اشاره کرد. این مدل‌ها بر مفروضات هم توزیع و ناپسته بودن توزیع جزء اختلال مدل استوارند. اما شواهد به دست آمده از تحلیل داده‌های دنیای واقعی بیانگر آن است که فرض‌های "هم توزیع و ناپسته بودن" برقرار نمی‌شوند. بر اساس تحقیقات مندلیورت (۱۹۶۳) و فاما (۱۹۷۲) روی سری‌های زمانی داده‌های مالی، تلاطم خوشه‌ای^۲ در داده‌های مالی وجود داشته و دوره‌های مربوط به بازده‌های بزرگ به صورت متمرکز و مجزا از دوره‌های با بازده اندک دیده می‌شوند و لذا چنانچه تلاطم بر حسب واریانس یا ریشه آن، اندازه‌گیری شود، آن‌گاه این تصور منطقی خواهد بود که واریانس با زمان تغییر می‌کند. این به معنای آن است که σ_t^2 با زمان t تغییر می‌کند. گروه دوم این مدل‌ها، توزیع‌های شرطی بازده یا مدل‌های GARCH، از آن‌جا ریشه می‌گیرند، که شواهدی در رد فرض ناپسته و هم توزیع بودن شرطی فرایند وجود دارد. مدل‌های موجود در این گروه از قبیل GARCH و تلاطم احتمالی، با تلاطم به صورت فرایندی که دائماً به زمان وابسته است، برخورد می‌کنند. این مدل‌ها از آن جهت که پدیده تلاطم خوشه‌ای متداول در میان سری‌های زمانی، را لحاظ می‌کنند، بسیار مورد توجه قرار دارند. تمام مدل‌های GARCH اعم از: EGARCH, PGARCH و FIGARCH, GARCH و ... در این دسته قرار می‌گیرند. در دسته سوم این مدل‌ها، یعنی مدل‌های تصادفی نیز، پیش‌بینی تلاطم لزوماً بر مبنای مشاهدات گذشته نیست و مبتنی بر بعضی ساختارهای تصادفی پنهان در سری بازده است.

گروه دوم مدل‌های پیش‌بینی، بر اساس مدل‌های معامله اختیارات^۳ و استفاده از فرمول بلک-شولز (۱۹۶۲) در تعیین قیمت آتی دارائی‌های سرمایه است. گروه سوم مدل‌ها هم مبتنی بر روش‌های ناپارامتریک، مثل شبکه عصبی یا مدل‌های فازی است.

در تحقیق حاضر ابتدا با استفاده از روش‌های GARCH تلاطم موجود با استفاده از ۱۴۶۷ داده روزانه برای شاخص قیمت اصلی بازار سهام تهران (TEPIX)، برآورد شده و بهترین مدل‌ها در تخمین و پیش‌بینی تلاطم برای توزیع نرمال و توزیع تی-استیودنت

1- Naive Models.

2- Volatility Clustering.

3- Options.

مشخص می‌شود. با توجه به وجود علائم حافظه بلندمدت برای تبیین میانگین شرطی، از مدل ARFIMA و برای واریانس شرطی، در کنار مدل‌های با حافظه کوتاه مدت از مدل با حافظه بلندمدت FIGARCH استفاده می‌شود. سازماندهی بخش‌های مختلف مقاله به شرح زیر خواهد بود: قسمت بعدی به توصیف داده‌ها و نتایج حاصل از آزمون‌های مختلف روی داده‌های شاخص قیمت بورس تهران می‌پردازد. مدل‌های میانگین شرطی ARFIMA و واریانس شرطی FIGARCH در بخش سوم توصیف می‌شوند. برآورد تجربی و آزمون این مدل‌ها در تخمین و پیش بینی تلاطم در شاخص قیمت بورس تهران در بخش چهارم مورد بررسی قرار می‌گیرد، در بخش پنجم کاربرد مدل‌سازی در تعیین ارزش معرض خطر ارائه می‌شود. بخش پایانی، صرف معرفی خلاصه و نتایج حاصل از تحقیق می‌شود.

۲- سیری در نوشتارهای پیشین

مدل‌های GARCH توسط بلسلوف (۱۹۸۶)، ابداع و انگل (۱۹۸۶) و نلسون (۱۹۹۱) آنرا تکمیل کردند. این روش یک مدل‌سازی مبتنی بر تغییر واریانس در طول زمان است. کلمه شرطی^۱ بیانگر وابستگی به مشاهدات گذشته و خود همبستگی^۲، بیانگر مکانیسم بازخوردی است که مشاهدات گذشته را در تعیین مقدار متغیر وابسته در زمان حال مشارکت می‌دهد. GARCH، مکانیسمی است که از واریانس‌های گذشته و جملات خطا برای توضیح واریانس فعلی استفاده می‌کند، یا به‌طور مشخص یک تکنیک مدل‌سازی سری‌های زمانی است که از واریانس‌های گذشته و تخمین واریانس‌های گذشته برای پیش بینی واریانس‌های آتی استفاده می‌کند. مطالعات زیادی در بازارهای مختلف مالی و برخی کالاها برای مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف در پیش‌بینی تلاطم انجام گرفته است. آکگیرای (۱۹۸۹)، شاید از اولین پژوهش‌گرانی باشد که با مطالعه در مورد بازار سهام امریکا، به نتیجه‌ای حاکی از برتری مدل‌های GARCH در مقایسه با سایر مدل‌ها دست یافت. وی دریافت که استفاده از یک مدل $GARCH(1,1)$ عملکرد بالاتری را نسبت به استفاده از روش تجزیه و تحلیل فنی سنتی، مانند مدل‌های گام تصادفی و EWMA^۳ به همراه خواهد داشت. ولی فیولسکی

1- Conditional.

2- Autorégressive.

3- Exponential Weighted Moving Average.

(۱۹۹۷) هم به این نتیجه رسید که مدل‌های GARCH فقط برای مقاطع کوتاه‌مدت نتایج بهتری می‌دهند.

در تحقیقی که توسط بالابان، بایر و فاف (۲۰۰۲)، در مورد مقایسه مدل‌های مختلف پیش‌بینی تلاطم در بازار سهام ۱۴ کشور مختلف انجام پذیرفت، از ۱۱ مدل پیش‌بینی تلاطم و توابع زیان مختلف متقارن و نامتقارن استفاده شد. مدل‌های مورد استفاده توسط این محققان شامل: (۱) مدل گام تصادفی، (۲) مدل میانگین تاریخی، (۳) مدل میانگین متحرک، (۴) میانگین متحرک موزون، (۵) مدل هموارسازی نمایی، (۶) مدل میانگین متحرک موزون نمایی، (۷) مدل رگرسیون، (۸) مدل ARCH، (۹) مدل GARCH، (۱۰) مدل GJR-GARCH و (۱۱) مدل EGARCH است. نتیجه تحقیق بالابان و همکارانش نشان می‌دهد که براساس توابع زیان متقارن، مدل هموارسازی نمایی و با استفاده از توابع زیان نامتقارن، مدل‌های از نوع GARCH بهترین پیش‌بینی‌ها را ارائه می‌کنند.

از سوی دیگر مطالعات پاگان و شوارتز (۱۹۹۲)، لی (۱۹۹۱)، رونالد هیین و هری کت (۱۹۹۷) بر روی تلاطم‌های بازار سهام و نرخ ارز نشانگر برتری مدل EGARCH در مقایسه با سایر مدل‌های دیگر است. تگلیفچی (۲۰۰۲) در بررسی خود، آزمون‌های متفاوتی را به منظور انتخاب بهترین مدل تخمین تلاطم انجام می‌دهد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که هر یک از سری‌های زمانی مالی در بازار، ویژگی‌ها و رفتار مخصوص به خود را دارند. بنابراین باید از مدلی استفاده کرد که بهتر بتواند تلاطم‌ها را پیش‌بینی کند. او با شناسایی بازارهای جذب کننده و بازارهایی که قویا متأثر از بحران‌اند، به این موضوع پی برد که چگونه بازده سهام تحت تأثیر انتشار اخبار در بازار قرار می‌گیرد. هم‌چنین تگلیفچی^۱، نتیجه می‌گیرد که مدل‌های نامتقارن GARCH عملکرد بهتری از خود نشان داده و نه تنها برآورد خوبی از تلاطم دارند، بلکه این مدل‌ها به خوبی اثر اخبار منفی و مثبت را نشان داده و در مشخص‌نمایی مدل نیازی به توزیع‌های با دمب چاق‌تر وجود نیست.

اما عمر مطالعات مربوط به پیش‌بینی واریانس شرطی با استفاده از مدل‌های با حافظه بلندمدت، کم است. ویلاسوسو (۲۰۰۲)، با استفاده از داده‌های مربوط به ۵ نرخ ارز نشان داد، که مدل‌های FIGARCH در مقایسه با سایر مدل‌های GARCH برای

1- Tagliffichi.

پیش‌بینی یک روزه و ده روزه تلاطم نرخ ارز عملکرد بهتری دارند، ولی مطالعه زومباچ (۲۰۰۲)، نشان از عدم وجود تفاوت بین مدل‌های با حافظه بلندمدت و کوتاه مدت داشت. مطالعات اخیر در این زمینه هم نتایج کم و بیش متفاوتی نشان می‌دهند. کتی - دلبیو - چن^۱ و تی‌فانی یوب^۲ (۲۰۰۴)، از ۶ شاخص اصلی بورس سهام شرق آسیا و آمریکا شامل: ^۳TAIEX، ^۴KCPI، ^۵HIS، ^۶STIT، NIKKEI225 و S&P500، برای نشان دادن حافظه بلندمدت میانگین و واریانس شرطی اثر شوک‌های گذشته و رفتار غیرمستقران تلاطم، استفاده کردند. در این تحقیق از میان مدل‌های مختلف ترکیبی ARMA-TGARCH و ARFIMA-GARCH مدل ARFIMA، برای توصیف حافظه بلندمدت سری زمانی بازده و از مدل غیرمستقران TGARCH، برای مدل‌سازی واریانس شرطی انتخاب شده و با استفاده از مدل‌های بی‌زی^۷، پارامترهای آن برآورد شده‌اند. سرانجام این نتیجه گرفته می‌شود که مدل ARFIMA-TGARCH پیش‌بینی دقیق‌تری برای یک دوره یک روزه تلاطم می‌دهد.

در مطالعه دیگری که توسط چین ون چونگ^۸ و ابوحسن شاری^۹ و همکارانشان (۲۰۰۶) بر روی تلاطم شاخص سهام کوالالامپور در بازه زمانی ژانویه ۱۹۹۱ تا ۱۵ ژانویه ۲۰۰۶ انجام شد، اثرات بلندمدت شوک قیمتی شدید سهام در بحران مالی ۱۹۹۷ جنوب شرق آسیا مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق برای نشان دادن اثرات بلندمدت شوک‌ها از مدل‌های مستقران و غیرمستقران بلندمدت GARCH استفاده شده است. برای نشان دادن اثرات غیرمستقران ولی با حافظه بلندمدت، از مدل ^{۱۰}CGARCH که دینگ و همکارانش (۱۹۹۷) به کار بردند، استفاده می‌شود. هم‌چنین برای مدل‌سازی مستقران نیز از مدل مستقران و بلندمدت انباشته کسری FIGARCH و مدل غیرمستقران و بلندمدت انباشته کسری FIAPARCH که به ترتیب توسط بایلی (۱۹۹۷) و تسی

* برای مطالعه بیشتر در زمینه کارهای انجام شده و نتایج حاصل به مقاله

Forecasting Volatility in Financial Market: A Review، گرنجر و هاگان یون در سال ۲۰۰۳ مراجعه شود.

1- Cathy W.S. Chena.

2- Tiffany H.K. Yub.

3-Taiwan Stock Exchange Weighted Stock Index.

4- Korea Composite Price Index.

5- Hang Seng Index of Hong Kong.

6- Straits Times Industrial Index of Singapore.

7- Bayesian.

8- Chin Wen Cheonga.

9- Abu Hassan Shaari.

10- Component GARCH.

(۲۰۰۱)، استفاده شده است. هر دو مدل‌های با حافظه بلندمدت توضیح خیلی خوبی از رفتار متلاطم شاخص سهام مالزی، نسبت به مدل GARCH می‌دهند. شیویان پانگ^۱ و همکارانش (۲۰۰۴)، بر اساس داده‌های داخل نمونه از اول جولای ۱۹۸۷ تا آخر دسامبر ۱۹۹۳ برای تخمین و داده‌های خارج از نمونه ژانویه ۱۹۹۴ تا دسامبر ۱۹۹۸ برای پیش‌بینی تلاطم‌های نرخ‌های ارز پوند، ین و مارک در مقابل دلار، به این نتیجه رسیدند که مدل‌های با حافظه بلندمدت مانند ARFIMA، نتایج بسیار بهتری را در پیش‌بینی تلاطم‌های نرخ ارز نسبت به مدل‌های با حافظه کوتاه مدت مثل GARCH، ارائه می‌کنند. ژانگ (۲۰۰۶)^۲ از مدل‌های میانگین متحرک، میانگین تاریخی، گام تصادفی، GARCH، GJR، EGARCH و APARCH، برای پیش‌بینی دو شاخص شانگهای و شنزن در بازار سهام چین استفاده می‌کند. در این تحقیق سه نوع تصریح^۳ با توزیع نرمال و t-student و چوله آزمون شده‌اند. در بورس سهام شنزن، مدل‌های نامتقارن از قبیل GJR و EGARCH، عملکرد بهتری در مقایسه با سایر مدل‌های نوع GARCH دارند، اما مدل‌هایی با چولگی توزیع t - استیودنت با تفاوت کمی در مقایسه با مدل‌هایی با سایر توزیع‌ها، بهترند. برای بورس سهام شانگهای، شواهدی دال بر این‌که مدل نامتقارن یا مدلی با چولگی توزیع t - استیودنت عملکرد بهتری دارند، به دست نیامده است. همچنین دریافتند، اگر چه نمی‌توان مدلی را که برای تمامی شرایط بهترین عملکرد را داشته باشد پیدا کرد، اما به نظر می‌رسد که مدل گام تصادفی، صرف‌نظر از سری‌هایی که تخمین زده می‌شوند و تابع زیان مورد استفاده در ارزیابی پیش‌بینی، عملکرد ضعیف‌تری دارد.

مهرآرا و عبدلی (۱۳۸۵)، نقش اخبار خوب و بد را در نوسانات بازدهی سهام ایران مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند. داده‌های مورد بررسی این مقاله شامل ۱۳۲۷ مشاهده و به‌صورت روزانه از یازدهم فروردین ۱۳۷۸ تا شانزدهم اردیبهشت ماه ۱۳۸۲ و مربوط به شاخص قیمت بورس تهران^۴ (TEPIX) است. در این مقاله، رابطه تکانه‌های بازدهی یا یا قیمت سهام (اخبار) و نوسانات شرطی با استفاده از الگوهای TARARCH، GARCH، EGARCH و CGARCH متقارن و غیرمتقارن در بازار اوراق بهادار تهران، بررسی و فرضیه عدم تقارن، آزمون می‌شود. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که، هیچ‌گونه شواهدی

1- Shiuayan Pong.

2- Zhang (2006).

3- Specification.

4 - Tehran Exchange Price Index

مبنی بر وجود اثرات نامتقارن قوی و معنی‌دار وجود ندارد، به این مفهوم که اخبار خوب و بد با اندازه یکسان، تأثیر مشابهی بر نوسانات شرطی بازدهی دارد. تحقیق کشاورز و اسمعیل‌زاده (۱۳۸۶) برای پیشبینی تلاطم در بازده سهام شرکت سیمان تهران نیز نتایج کار آن‌ها را تأیید می‌کند.

۲-۱- توصیف داده‌ها

داده‌هایی که در این تحقیق برای مدل‌سازی تلاطم‌ها در بورس سهام به‌کار برده شده است، شاخص قیمت سهام بورس تهران برای دوره زمانی یکم آبان ۱۳۷۹ تا بیست و چهارم بهمن ۱۳۸۵ (شامل ۱۴۶۷ مشاهده) است. در این قسمت برای محاسبه بازده r_t ، از بازده لگاریتمی استفاده می‌شود و r_t به صورت زیر تعریف می‌شود. $r_t = (p_t - p_{t-1}) \times 100$ ، که در آن p_t برابر با $\ln(P_t)$ و P_t مقدار شاخص قیمت بورس در زمان t است. نمودار (۲-۱ الف)، مقدار شاخص در دوره تحقیق را نشان می‌دهد.

جدول (۲-۱)، آمارهای توصیفی از میانگین، واریانس و انحراف معیار قیمت سهام و سایر مشخصه‌های آماری داده‌های مربوط به شاخص اصلی قیمت بورس تهران را ارائه می‌دهد. در این جدول ویژگی‌های آماری بازده لگاریتمی محاسبه شده است. میانگین بازده لگاریتمی در دوره بررسی نمونه، 0.089417 و انحراف معیار آن، 0.516641 می‌باشد. مقدار انحراف معیار در مقایسه با میانگین نشان می‌دهد که این متغیر در طول دوره مورد بررسی از تلاطم بالایی برخوردار بوده است. آزمون نرمال بودن توزیع بازده‌ها نشان می‌دهد که توزیع آن نرمال نبوده و دمب آن پهن است. آماره جارک-برا که برای آزمون نرمال بودن مورد استفاده قرار می‌گیرد، نیز گویای همین مطلب است. آماره جارک-برا برای بازده لگاریتمی، برابر $14838/35$ است، که نشان‌دهنده رد شدن فرضیه نرمال بودن توزیع بازده است. همان‌طور که جدول نشان می‌دهد، مقدار آماره باکس-یونگ^۱ با ۱۰ دوره وقفه از کوانتیل بحرانی چی دو در سطح اطمینان داده شده بیش‌تر بوده و فرضیه صفر رد می‌شود و این به معنای رد فرضیه صفر مبتنی بر نوفه سفید بودن r_t است. از سویی همان‌گونه که جدول نشان می‌دهد، مقدار آماره آزمون McLeod-Li که برای آزمودن، از مجذور بازده به جای خالص بازده استفاده می‌کند، از

مقدار مربع کای به ازای ۱۰ وقفه بیش‌تر بوده و لذا می‌توان نتیجه گرفت که فرضیه خودهمبستگی بین مجذور بازده تأیید شده و لذا می‌توان از مدل‌های GARCH برای برآورد واریانس شرطی استفاده کرد. آزمون دیگری که قبل از انجام هرتخمینی در مورد داده‌ها انجام گرفته است، آزمون مربوط به ویژگی ARCH یا همان ناهمسانی در واریانس شرطی معروف به آزمون ضرایب لاگرانژ است. میزان آماره با ۱۰ درجه آزادی برابر با ۲۲/۵۶۰ بوده و از مقدار بحرانی تابع نمونه‌ای کای دو بیش‌تر است. لذا فرضیه صفر نبود ناهمسانی شرطی در مقابل وجود ویژگی ARCH یا همان ناهمسانی در واریانس شرطی، رد می‌شود.

از سویی آماره τ دیکی- فولر (ADF) از مقادیر بحرانی مربوطه به سطح معنی‌دار کوچک‌تر است. در نتیجه فرضیه صفر مبنی بر وجود ریشه واحد رد می‌شود. در این صورت نیازی به تفاضل‌گیری نیست. چون به نظر می‌رسد که سری ریشه واحد ندارد و مانائی برقرار است. آزمون دیگری که برای بررسی مانائی داده‌های مربوط به سری زمانی مورد استفاده قرار گرفته است، آزمون PP یا آزمون فیلیپس پرون^۱ (۱۹۸۸) است که مستلزم تخمین رگرسیون آزمون می‌باشد. این آماره برای داده‌های مربوط به شاخص کل بازار بورس برابر ۲۵/۵۲- است، زیرا تابع نمونه‌ای فیلیپس پرون از مقادیر بحرانی مربوط به سطح معنی‌دار، کوچک‌تر است. در نتیجه فرضیه صفر مبنی بر وجود ریشه واحد رد می‌شود. بار دیگر نتیجه قبلی تأیید شده و نیازی به تفاضل‌گیری نیست، چون سری ریشه واحد ندارد و مانائی برقرار است.

اما در سوی دیگر، با انجام بررسی‌های بیش‌تر درباره ویژگی‌های داده‌ها، حقایق دیگری آشکار می‌شود. یکی از مهم‌ترین روش‌ها برای شناخت دارا بودن حافظه بلندمدت در مورد شوک‌های تصادفی یا حافظه کوتاه مدت در داده‌های مختلف، استفاده از نمودارهای خودهمبستگی (ACF) و یا PACF است. اگر مقایسه‌ای درباره رابطه نمودارهای ACF و PACF با مدل‌های مربوط به سری‌های زمانی داشته باشیم، خواهیم دید که برای مدل‌های ARMA(p,d,q) که در آن d برابر صفر است و رابطه، یک نوفه سفید است، در این حالت نمودار ACF با سرعت و به صورت لگاریتمی نزول کرده و به صفر می‌رسد. اگر $d=1$ باشد، فرآیند مورد نظر گام تصادفی است و ACF

1- Philips-Perron.

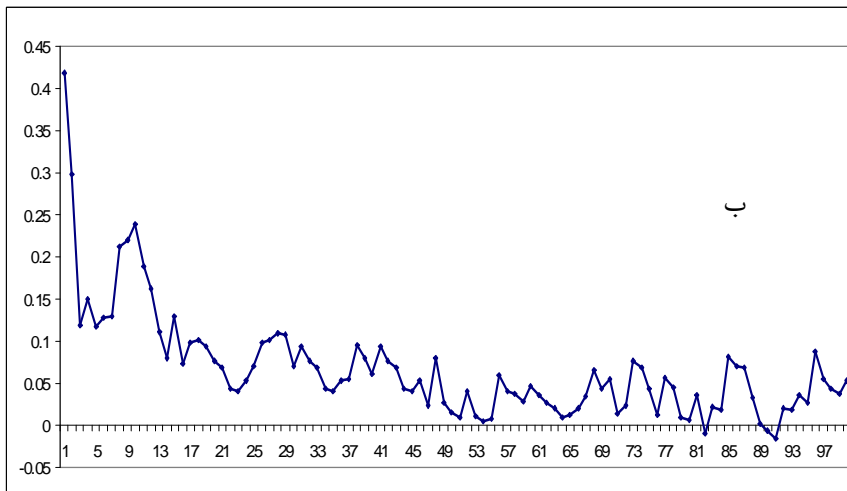
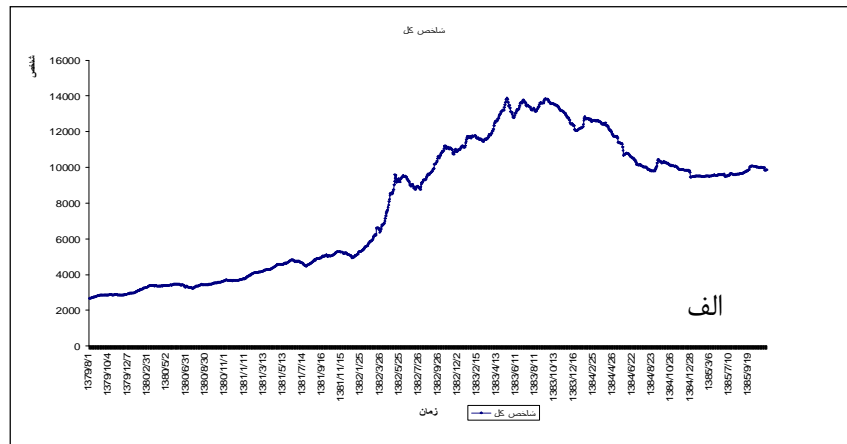
تقریباً همیشه به ۱ میل می‌کند. اما وضعیت تحقق یافته برای سری زمانی مربوط به شاخص کل بورس سهام تهران، بیانگر عدم نزول سریع آن به صفر است.

جدول ۱-۲- ویژگی‌های سری زمانی شاخص بورس سهام در دوره زمانی ۱۳۷۹/۰۸/۰۱ الی ۱۳۸۵/۱۱/۲۴

آماره	شاخص قیمت کل بورس
تعداد مشاهدات	۱۲۴۷
میانگین	۰/۰۸۹۴۱۷
ماکزیمم	۰/۰۹۰۹۹۰
مینیمم	-۴/۴۱۶۶۴۹
انحراف معیار	۰/۵۱۶۶۴۱
چولگی	۰/۷۰۳۲۲۹
کشیدگی	۱۸/۵۱۶۸۷
جارك- برا	۱۴۸۳۸/۳۵
آماره ADF	-۱۷/۳۰۸۱۴
آماره PP	-۲۳/۶۶۹
آماره Q(۱۰) - تست Box-Ljung	۷۳۴/۴۶۹
آماره Q ^۲ (۱۰) تست Mcleod-Li	۴۲۳/۴۸۶
آزمون ARCH (۱۰)	F(۱۰, ۱۴۴۶) = ۲۲/۵۶۰

همان‌طور که تابع خود همبستگی بازده واقعی در شکل (۱-۲ ب) نشان می‌دهد، اگرچه تابع ACF برای سری زمانی مذکور روند نزولی دارد، ولی این روند نزولی خیلی تند نیست و به نظر می‌رسد که شوک وارد شده به سیستم دیرپا باشد. به زبان ریاضی، می‌توان گفت که تابع نزولی-نمائی نبوده و تا حد زیادی از ویژگی‌های یک تابع هیپربولیک برخوردار است. البته در نوشتارهای سری زمانی دیده می‌شود که نامیرا بودن توابع ACF و PACF، به معنای نوفه سفید نبودن است، ولی ترسیم این توابع تا وقفه ۱۰۰ و وجود شکل نزولی هیپربولیک در داده‌ها، بنابر ادبیات نظری و تجربی موجود، نشانگر وجود حافظه بلندمدت است. با توجه به این حقیقت است که در این تحقیق از مدل ARFIMA برای تبیین رفتار میانگین سری زمانی و پیش بینی میانگین بازده

استفاده می‌شود. به نظر می‌رسد که با توجه به تابع ACF، مدل‌های با حافظه بلندمدت باید جواب بهتری در مقابل مدل‌های با حافظه کوتاه‌مدت ARMA داشته باشند. لذا با توجه به نمایش کامل ویژگی حافظه بلندمدت، از مدل ARFIMA برای شناسایی تابع میانگین استفاده می‌شود.



نمودار ۲-۱- الف. مقدار شاخص قیمت کل بورس در دوره زمانی تحقیق

ب. مقدار تابع خودهمبستگی (ACF) تا ۱۰۰ وقفه

۳- انواع مدل‌های تخمین میانگین و واریانس شرطی

۳-۱- مدل ARFIMA

برای سری زمانی مانا x_t ، ACF به صورت نمایی با افزایش وقفه‌ها به صفر کاهش می‌یابد، اما برای سری‌های زمانی با ریشه واحد نامانا، توابع ACF، وقتی که تعداد وقفه‌ها افزایش می‌یابد، برای تمام وقفه‌ها هم‌گرا به یک است (چان و وی (۱۹۸۸)) و تیاو و تی‌سی (۱۹۸۳)). اما سری‌های زمانی‌ای وجود دارند، که ACF آن‌ها به آرامی و به صورت یک تابع چند جمله‌ای با افزایش تعداد وقفه‌ها، به سمت صفر کاهش می‌یابد. این فرایند به سری زمانی با حافظه بلند مدت معروف است. برای مثال اگر فرآیند کسری^۱ به صورت زیر تعریف شود

$$(1 - B)^d x_t = a_t \quad -0.5 < d < 0.5$$

که در آن a_t ، یک سری نوفه سفید باشد. ویژگی‌های مدل به صورت کامل در ادبیات وجود دارد. (برای مثال هاسکینگ (۱۹۸۱)). بعضی از ویژگی‌های این سری‌ها در زیر آمده است:

(۱) اگر $d < 0.5$ باشد، در آن صورت فرایند، دارای مانائی ضعیف است و با نمایش آن

به صورت MA داریم:

$$\varphi_k = d(1+d)\dots(k-1+d)/k! \quad x_t = a_t = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i a_{t-i} \quad (1-3)$$

$$k! = (k+d-1)! / k!(d-1)!$$

اگر $d < 0.5$ باشد، در آن صورت فرایند مانائی در کواریانس است و توابع خودهمبستگی مقدار مثبت داشته و نزول آن‌ها به کندی انجام می‌گیرد.

(۲) اگر $d > -0.5$ باشد، در آن صورت x_t معکوس‌پذیر بوده و با تابع نامتناهی AR نشان داده می‌شود.

$$\pi_k = \frac{-d(1-d)\dots(k-1-d)}{k!} = \frac{(k-d-1)!}{k!(d-1)!} \quad x_t = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i x_{t-i}, a_t \quad (2-3)$$

و

برای $-0.5 < d < 0.5$ تابع ACF، x_t به صورت زیر خواهد بود:

$$\rho_k = [d(1+d)\dots(k-1+d)] / [(1-d)(2-d)\dots(k-d)], k=1,2,\dots \quad (3-3)$$

1- Fractionally Differenced Process.

به صورت مشخص: $\rho_1 = d/(1-d)$ و $\rho_k \approx (-d)!/(d-1)!k^{2d-1}$ و وقتی که $k \rightarrow \infty$

(۳) برای $-0.5 < d < 0.5$ و PACF برای X_t به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi_{k,k} = d/(k-d) \quad k=1,2,\dots \quad (4-3)$$

اما برای $d \in (-0.5, 0)$ ، گفته می‌شود که سری دارای حافظه میان مدت است و در این حالت از نظر تئوری، توابع ACF مقادیر منفی داشته و مقدار مطلق آن‌ها به صورت هیپربولیک به صفر نزول می‌کند. برای $d > 0.5$ ، سری دارای مانائی در کواریانس نیست و واریانس نامتناهی دارد^۱.

اما مدل ARFIMA برای توصیف میانگین شرطی اولین بار توسط گرنجر^۲ و جویکس^۳ (۱۹۸۰) و هاسکینگ^۴ (۱۹۸۱) برای توصیف فرآیندهای با حافظه بلندمدت معرفی شد و آن‌را میانگین متحرک انباشته کسری خودهمبسته^۵ نامیدند. یک مدل ARFIMA برای یک فرآیند r_t به صورت زیر است:

$$\phi(L)(1-L)^d(r_t - \mu) = \theta(L)\varepsilon_t \quad (5-3)$$

که d ، درجه انباشتگی کسری، L ، عملگر وقفه، $\phi(L) = 1 + \phi_1L + \dots + \phi_pL^p$ ، یک چند جمله‌ای است که اجزای خودهمبستگی را در خود دارد. $\theta(L) = 1 + \theta_1L + \dots + \theta_qL^q$ ، یک چند جمله‌ای برای میانگین متحرک و μ میانگین r_t است. ریشه‌های $\phi(L)$ و $\theta(L)$ خارج از دایره واحد و ε_t یک فرآیند نوفه سفید با میانگین صفر است که واریانس آن به وسیله σ_ε^2 نمایش داده شده است. در این حالت الزاما پارامتر وقفه d عدد صحیح نیست. مقدار عدد صحیح برای پارامتر d نشانگر همان رابطه سنتی ARIMA است. دارا بودن حافظه بلندمدت در سری زمانی وابسته به مقدار d است. اگر فرآیند دارای حافظه بلند مدت باشد، پارامترهای مدل ARFIMA(p,d,q) به طور بسیار مناسبی به وسیله روش حداکثر راستنمائی قابل برآورد هستند. البته در حال حاضر روش‌های گوناگونی برای تخمین و آزمودن مدل‌های با

۱ - برای مطالعه جزئیات بیش‌تر در مورد خواص مدل ARFIMA، به Baillie (1996) مراجعه شود.

2- Granger.

3- Joyeux.

4- Hosking.

5- Autoregressive fractionally integrated moving average.

حافظه بلندمدت وجود دارد، از جمله این مدل‌ها می‌توان به تخمین‌زن‌های مدل^۱ (RR) که توسط هورست^۲ (۱۹۵۱)، ابداع و بعدها توسط لوو^۳ (۱۹۹۱)، تکمیل شد، تخمین‌زن‌های رگرسیون GPH که توسط جوویک^۴ و پورتر^۵-هوداک^۶ (۱۹۸۳) و تخمین تخمین‌زن وایتل^۷ اشاره کرد. در این تحقیق برای برآورد پارامترهای مدل ARFIMA، از تابع حداکثر راستنمائی استفاده شده است.

۳-۲- مدل GARCH

فرآیند GARCH(p,q) دارای تابع واریانس شرطی به صورت زیر است:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 = \alpha_0 + \alpha(B) \varepsilon_t^2 + \beta(B) \sigma_t^2 \quad (۶-۳)$$

که در آن $\alpha_i \geq 0$ ، $\beta_i \geq 0$ ، $p > 0$ و $1 \leq i \leq p$.

برای بهتر تعریف کردن واریانس شرطی مدل GARCH(p,q)، باید تمام ضرایب ARCH(∞) مدل $\sigma_t^2 = \theta_0 + \theta(B) \varepsilon_t^2$ باید مثبت باشند، و شرط آن این است که $\alpha(B)$ و $\beta(B)$ دارای ریشه‌های مضاعف (تکراری) نبوده و ریشه‌های $\beta(B)$ خارج از دایره واحد قرار داشته باشند. این قید مثبت بودن برقرار می‌گردد، اگر و فقط اگر تمام ضرایب $\theta(B) = \alpha(B)/(1-\beta(B))$ نامنفی (صفر یا مثبت) باشند. برای یک فرآیند GARCH(1,1) داریم:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (۷-۳)$$

فرآیند GARCH می‌تواند مانای کم توان (ضعیف) باشد، اگر و فقط ریشه‌های $\alpha(B) + \beta(B)$ خارج از دایره واحد قرار داشته باشند، یعنی: $\alpha(B) + \beta(B) < 1$.

۳-۳- مدل IGARCH

معادله واریانس معادله GARCH می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2 \quad (1 - \alpha(B) - \beta(B)) \varepsilon_t^2 = \omega (1 - \beta(B)) v_t \quad (۸-۳)$$

-
- 1- Rescaled Range.
 - 2- Hurst.
 - 3- Lo.
 - 4- Geweke.
 - 5- Porter.
 - 6- Hudak.
 - 7- Whittle.

مطالعات تجربی انگل و برسلوف (۱۹۸۶) نشان می‌دهد که تخمین چندجمله‌ای $(1 - \alpha(B) - \beta(B))$ دارای ریشه واحد در بعضی از کاربردهای GARCH است. در بسیاری از مطالعات تجربی انجام شده روی مدل GARCH(1,1)، مقدار $\alpha(B) + \beta(B)$ ، خیلی نزدیک به ۱ است، اگر چنین باشد، آن‌گاه $\alpha(B) + \beta(B)$ دارای یک ریشه واحد است و این مدل را GARCH انباشته یا IGARCH می‌نامند (انگل و برسلو (۱۹۸۶)). در اغلب موارد این حالتی است که در آن $\alpha(1) + \beta(1)$ برای سری‌های زمانی مالی، نزدیک واحد است. اگر این شرط برقرار باشد، شوک وارد شده به واریانس شرطی دیرپا بوده و به آن مفهوم است که این شوک برای پیش‌بینی تمام آینده با اهمیت خواهد بود. در مدل IGARCH با در نظر گرفتن چند جمله‌ای $(1 - \alpha(B) - \beta(B)) = (1 - B)\phi(B)$ که تمام ریشه‌های خارج از دایره واحد را در بر می‌گیرد، انگل و برسلوف (۱۹۸۶) مدل IGARCH را پیشنهاد دادند.

$$(1 - B)\phi(B)\varepsilon_t^2 = \omega(1 - \beta(B))v_t \quad v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2 \quad (9-3)$$

که در آن $\phi(B) = 1 - \phi_1(B) - \dots - \phi_q(B)^d$ است. مدل IGARCH که به صورت زیر نشان داده شده است:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad \sigma_t^2 = \omega + \beta_1(B)\sigma_{t-1}^2 + (1 - \beta_1)\varepsilon_{t-1}^2 \quad (10-3)$$

یک مدل جایگزین مناسب برای GARCH(1,1) است. به طور کلی می‌توان گفت مدل IGARCH، تابع GARCH با ریشه واحد است. از نظر تئوری مدل IGARCH وقتی اتفاق می‌افتد که یک انتقال سطحی^۱ ناگهانی در تلاطم‌ها صورت گیرد.

۳-۴ - مدل FIGARCH

نتایج تجربی بسیار زیادی در مورد حافظه بلند مدت تلاطم در بازارهای مالی وجود دارد. (دینگ ۱۹۹۳ و سوو ۲۰۰۰). برای نشان دادن حافظه بلند مدت تلاطم بازارهای مالی، بایلی (۱۹۹۶)، مدل FIGARCH را با جای‌گذاری عملگر متغیر $(1 - B)$ با یک متغیر عملگر کسری $(1 - B)^d$ که $0 \leq d \leq 1$ است، به دست آورد. یعنی معادله مدل FIGARCH(p,d,q) به صورت زیر به دست می‌آید:

1- Level shift.

$$v_t = \varepsilon_t^\gamma - \sigma_t^\gamma \quad \phi(B)(1-\beta)^d \varepsilon_t^\gamma = \omega(1-\beta(B))v_t \quad (11-3)$$

به طور واضحی مدل، زیر مدل‌های GARCH، IGARCH را با $d=1$ و $d=0$ در برمی‌گیرد. برای درک بهتر ویژگی‌های مدل، واریانس مدل فوق را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sigma_t^\gamma = \omega(1-\beta(B))^{-1} + (1-\beta(B))^{-1}(1-\phi(B))(1-B)^d \varepsilon_t^\gamma \quad (12-3)$$

$(1-B)^d$ را می‌توان به سری مک لورن گسترش داد. که در آن:

$$= 1 - dB + \frac{(1-d)(-d)}{2} B^2 + \frac{(2-d)(1-d)(-d)}{3!} B^3 + \dots \quad (13-3)$$

$$(1-B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} B^k$$

است. اگر k خیلی بزرگ باشد،

$$\Gamma(k-d)/\Gamma(k+1) \approx k^{d-1} \quad (14-3)$$

ضرایب این چند جمله‌ای به صورت هیپربولیک کاهش می‌یابد. بنابراین در مدل FIGARCH(p, q, d)، ($0 \leq d \leq 1$)، اثر نوسانات گذشته روی واریانس شرطی فعلی، با یک نرخ هیپربولیک در طول وقفه کاهش می‌یابد و این یک تمایز آشکار با مدل‌های GARCH و IGARCH ($d=1$) است که اثر مربعات نوسانات گذشته روی واریانس شرطی فعلی به صورت نمایی کاهش می‌یابد و در IGARCH به صورت بارزی روی تمام وقفه‌ها باقی می‌ماند. بنابر این مدل‌های FIGARCH می‌توانند به صورت بسیار خوبی به صورت حد وسط مدل‌های GARCH و IGARCH، در نشان دادن ساختار دینامیکی تلاطم ایفای نقش کنند.

۳-۵- مدل EGARCH

یک واکنش نامتقارن^۱ به شوک‌ها، در مدل GARCH نمایی نلسون (۱۹۹۱) (EGARCH) آمده است.

$$\log(\sigma_t^\gamma) = \alpha_0 + \alpha_1 f(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}) + \beta_1 \log(\sigma_{t-1}^\gamma) \quad (15-3)$$

در آن:

(۱۶-۳)

$$f(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}) = \theta_1 \varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1} + ((|\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}|) - E(|\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}|))$$

منحنی تأثیر اخبار $f(\circ)$ ، بازنگری در تلاطم شرطی را که در این جا به وسیله

$\log(\sigma_t^2)$ نشان داده می شود، به اخبار ε_{t-1} مرتبط می کند. این مشخص نمایی منعکس کننده واکنش نامتقارن نسبت به تغییرات ε_{t-1} است، زیرا برای $\varepsilon_{t-1} > 0$ داریم: $\partial f/\partial \varepsilon_{t-1} = \theta_1 + 1/\sigma_{t-1}$ و اگر $\varepsilon_{t-1} < 0$ آن گاه $\partial f/\partial \varepsilon_{t-1} = \theta_1 - 1/\sigma_{t-1}$ و اگر خبری نباشد. یعنی $\varepsilon_{t-1} = 0$ ، تلاطم در حداقل مقدار خود قرار می گیرد. این عدم تقارن به طور بالقوه سودمند است، زیرا این امکان را فراهم می کند که تلاطم با سرعت بیشتری به شرایط بد بازار نسبت به شرایط خوب بازار از خود واکنش نشان دهد. این یک واقعیت تحقق یافته در بسیاری از بازارهای مالی است که به عنوان اثرات اهرمی شناخته می شود. این مدل توسط نلسون (۱۹۹۰)، برای حل محدودیت $GARCH(p,q)$ ارایه شد. نمایش مدل $EGARCH(1,1)$ به صورت زیر است:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha |\varepsilon_{t-1}|/\sigma_{t-1} + \gamma \varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1} \quad (۱۷-۳)$$

در طرف چپ معادله وجود \ln برای واریانس شرطی است و نشانگر آن است که اثر اهرمی به جای این که تابعی درجه دوم باشد، به صورت تابعی نمایی است و وجود این شرط سبب می شود که غیرمنفی بودن واریانس شرطی تضمین شود. وجود اثر اهرمی از θ_1 نشأت می گیرد. این اثر غیرمتقارن است، اگر $\theta_1 \neq 0$ باشد. حالت تعمیم یافته مدل به صورت زیر نوشته می شود:

$$\sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^p [\theta_i \varepsilon_{t-i}/\sigma_{t-i}] + \quad (۱۸-۳)$$

$$\gamma_i (|\varepsilon_{t-i}/\sigma_{t-i}| - E|\varepsilon_{t-i}/\sigma_{t-i}|)$$

در $GARCH$ نمایی $\ln(\sigma_t^2)$ یک فرآیند خطی است و مانا در کوواریانس بودن را به راحتی نمایان می کند.

اگر به صورت کلی، فرض کنیم که $g(\varepsilon_t)$ متوسط وزنی ε_t باشد، داریم:

$$g(\varepsilon_t) = \theta \varepsilon_t = \gamma [|\varepsilon_t| - E|\varepsilon_t|], \quad (۱۹-۳)$$

θ و γ ، مقادیر ثابت‌اند. هر دو مقدار ε_t و $(|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|))$ دارای دنباله iid با میانگین صفر و توزیع پیوسته هستند. لذا $E(g|\varepsilon_t|) = 0$ است. حالت نامتقارن $g(\varepsilon_t)$ ، می‌تواند به صورت زیر نمایش داده شود.

$$g(\varepsilon_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|) & \text{if } \varepsilon_t \geq 0, \\ (\theta - \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|) & \text{if } \varepsilon_t < 0, \end{cases} \quad (20-3)$$

که در آن، برای متغیر ε_t با توزیع استاندارد گاوسی، $E(|\varepsilon_t|) = \sqrt{2/\pi}$ و برای توزیع استاندارد t-student داریم:

$$E(|\varepsilon_t|) = [2\sqrt{v-2}\Gamma((v+1)/2)] / [(v-2)\Gamma(v/2)\sqrt{\pi}] \quad (21-3)$$

یک مدل EGARCH(m,s) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + (1 + \beta_1 B + \dots + \beta_s B^s) / (1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_m B^m) g(\varepsilon_{t-1}) \quad (22-3)$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

α_0 ، یک متغیر ثابت و B عملگر وقفه است. $Bg(\varepsilon_t) = g(\varepsilon_{t-1})$ و $1 + \beta_1 B + \dots + \beta_s B^s$ و $1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_m B^m$ ، چند جمله‌ای هستند. این مدل که یک مدل پارامتری ARMA، از مدل EGARCH است، به راحتی شباهت‌ها و تفاوت‌های مدل GARCH با EGARCH را نشان می‌دهد.

۳-۶- تخمین مدل‌های GARCH

برای تخمین مدل‌های GARCH، از روش حداکثر راستنمایی استفاده می‌شود. اگر $\varepsilon_t = Z_t \cdot \sigma_t$ باشد، در آن صورت تابع حداکثر راستنمایی به صورت زیر خواهد بود:

$$L_{\text{norm}} = - (1/2) \sum_{t=1}^T [\ln(2\pi) + \ln(\sigma_t^2) + z_t^2] \quad (23-3)$$

که در آن T ، تعداد مشاهدات است. برای توزیع تی-استودنت تابع راستنمایی به صورت زیر خواهد بود:

$$L_{\text{stud}} = T \ln \Gamma((v+1)/2) / \sqrt{(v-2)\pi\Gamma((v/2))} \quad (24-3)$$

$$- (1/2) [\ln \sigma_t^2 + (v+1) \ln(1 + \hat{\varepsilon}_t^2 / (v-2)\sigma_t^2)]$$

که در آن v ، درجه آزادی تابع و $2 < v \leq \infty$ و $\Gamma(\circ)$ ، تابع گاما است. تمام پارامترهای مربوط به مدل‌های GARCH و IGARCH با جملات خطای با توزیع نرمال و تی-استودنت، می‌توانند با استفاده از نرم افزارهای آماری استاندارد برآورد شوند.

۳-۷- پیش‌بینی مدل‌های GARCH

از طریق استفاده از روش‌های پیش‌بینی ARMA است. فرض می‌کنیم که مدل GARCH(1,1) و افق پیش‌بینی h باشد. داریم:

$$\sigma_{h+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_h^2 + \beta_1 \sigma_h^2 \quad (25-3)$$

در حالی که a_h و σ_h^2 مربوط به $t=h$ هستند. در آن صورت برای یک پیش‌بینی یک‌روزه داریم:

$$\sigma_h^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_h^2 + \beta_1 \sigma_h^2 \quad (26-3)$$

برای پیش‌بینی‌های بعدی، از رابطه $a_t^2 = \sigma_t^2 \varepsilon_t^2$ استفاده کرده و مدل را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \sigma_t^2 + \alpha_1 \sigma_t^2 (\varepsilon_t^2 - 1) \quad (27-3)$$

اگر $t=h+1$ باشد، در آن صورت معادله به صورت زیر است:

$$\sigma_{h+2}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \sigma_{h+1}^2 + \alpha_1 \sigma_{h+1}^2 (\varepsilon_{h+1}^2 - 1) \quad (28-3)$$

تا زمانی که $E(\varepsilon_{h+1}^2 - 1) | F_h = 0$ باشد، در آن صورت پیش‌بینی تلاطم به صورت

زیر است: $(1) \sigma_h^2(2) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \sigma_h^2$ در حالت کلی، داریم:

$$\sigma_h^2(l) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \sigma_h^2(l-1) \quad l > 1 \quad (29-3)$$

این حالت دقیقاً هم ارز با مدل ARMA(1,1)، با AR چندجمله‌ای

$1 - (\alpha_1 + \beta_1)B$ است. لذا پیش‌بینی l دوره بعد به صورت زیر است:

$$l > 1 \quad \sigma_h^2(l) = \alpha_0 [1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1}] / [1 - (\alpha_1 + \beta_1)] + (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1} \sigma_h^2(1) \quad (30-3)$$

و لذا خواهیم داشت:

$$l \rightarrow \infty \quad \sigma_h^2(l) \rightarrow \alpha_0 / (1 - \alpha_1 - \beta_1) \quad (31-3)$$

۴ - تحلیل تجربی، پیش‌بینی تلاطم

برای پیش‌بینی مدل از ۱۴۶۷ مشاهده موجود، ۱۲۴۷ تا برای دوره داخل نمونه و ۲۲۰ داده برای دوره پیش‌بینی نمونه در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، با توجه به نیاز مدل به تلاطم تحقق یافته برای پیش‌بینی مدل‌های GARCH، لازم است این معیار با توجه به ماهیت داده‌های مورد استفاده در تحقیق به شکل قابل قبولی تعریف شود. در صورت امکان دستیابی به داده‌های ساعتی در طول روز، می‌توانستیم از واریانس تحقق یافته داده‌های یک‌روز برای محاسبه واریانس تحقق یافته استفاده کنیم، لیکن نبود دسترسی به داده‌های درون روز، سبب شد که با توجه به ماهیت عدم استقلال توان دوم بازدهی و نوفه سفید نبودن آن، به رغم وجود استقلال و حتی نوفه سفید بودن خود بازدهی‌ها، از توان دوم بازده لگاریتمی (I_t^2)، به‌عنوان تلاطم تحقق یافته روزانه استفاده شود^۱. پیش‌بینی‌ها برای میانگین شرطی و واریانس شرطی است. با توجه به وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی بازده، برای برآورد پارامترهای میانگین بازده، از مدل ARFIMA استفاده می‌شود. اولین گام در برآورد پارامترهای مدل ARFIMA، تعیین بهترین مرتبه برای p و q مدل است. وجود عوامل گوناگونی مانند عدم هم‌گرایی در جواب، منفی شدن پارامترهای برآورد شده و وجود محدودیت‌های ساختاری مدل‌های متفاوت برای مانائی و ارایه برآورد بهینه، از عوامل محدود کننده تعیین مرتبه متفاوت برای برآورد بوده است. با این حال برای یافتن مرتبه مناسب و برای لحاظ کردن محدودیت‌های یاد شده، برآورد در حالت‌های مختلف برای $p < 5$ و $q < 5$ انجام شده و سپس بر اساس اولویت اعمال محدودیت‌های ساختاری مدل‌ها و نتایج حاصل از کم‌ترین مقدار معیارهای AIC و SBC، بهترین مرتبه برای تعیین p و q استخراج می‌شود. آنچه در این بین مطرح است، وجود مرتبه‌های گوناگون برای مدل‌های متفاوت است. به طوری که دامنه مرتبه‌های مدل در فرآیند میانگین از $p=2$ و $q=3$ در فرآیند میانگین مربوط به مدل IGARCH تا $p=2$ و $q=1$ در مدل FIGARCH، متغیر است. برای مدل‌های تلاطم یا واریانس شرطی از مرتبه $(1,1)$ استفاده خواهد شد.

نتایج پیش‌بینی‌های یک روز بعد، برای مدل‌های مختلف با توزیع نرمال و توزیع تی-استودنت، برای ترکیب مدل‌های ARFIMA و مدل‌های واریانس شرطی متقارن شامل،

1 - Tsay, R. S.(2002), Analysis Financial Time Series, JOHN WILEY & SONS, INC, P.81.

GARCH(1,1) و IGARCH(1,1) و FIGARCH(1,1) و مدل غیرممتقارن EGARCH(1,1) در جدول (۴-۱) برای مدل‌های با توزیع نرمال و در جدول (۴-۲) برای مدل‌های با توزیع چگالی تی-استودنت آورده شده است.

جدول ۴-۱- پیش بینی پارامترهای مربوط به مدل‌های با توزیع نرمال

انواع مدلها	ARFIMA(3,d,1) GARCH(1,1)	ARFIMA(2,d,3) IGARCH(1,1)	ARFIMA(2,d,1) FIGARCH(1,1)	ARFIMA(2,d,1)- EGARCH(1,1)
d-Arfima	۰/۵۵۵۱۱۹	۰/۴۹۷۳۳۵	۰/۴۱۹۲۱	۰/۴۲۳۲۴۱
AR(1)				۰/۸۱۳۶۰۲ (۰/۰۵۶۵)
AR(2)				۰/۲۳۹۲۹۳ (۰/۳۲۹۲)
AR(3)				
MA(1)				۰/۶۴۶۶۹۹ (۰/۰۰۳۱)
MA(2)				
MA(3)				
d-FIGARCH				
ARCH (Alpha				۰/۵۰۵۲۶۳ (۰/۱۵۵۱)
GARCH(Beta				۰/۹۵۰۸۶۵
EGARCH(Th ϵ				۰/۰۰۷۴۲۱
EGARCH(Theta2)				۰/۷۲۰۲۸۳

برای همه مدل‌های با توزیع نرمال در سطح اطمینان ۹۵٪، به جز مدل EGARCH، پارامترها معنی دارند. در مورد مدل‌های GARCH، FIGARCH، مجموع ضرایب مثبت مدل کم‌تر از ۱ است، که نشانه مانائی در کوواریانس فرآیند واریانس شرطی است. مجموع ضرایب نزدیک به ۱ در این مدل‌ها نشانگر وجود پایداری تلاطم و هم‌چنین حافظه بلندمدت در فرآیند واریانس شرطی است. هم‌چنین ضرایب مدل واریانس شرطی در مدل‌ها مثبت است، که لازمه مثبت بودن واریانس شرطی است و با فرض توزیع

نرمال، این مدل‌ها قادر به مدل‌سازی تلاطم‌های (واریانس شرطی) هستند. در مورد مدل‌های EGARCH، AR(2) و ARCH(alpha) در سطح اطمینان ۹۵٪ معنی‌دار نیست.

هم‌چنین وجود Theta1 معادله (۳-۳۸) به عنوان اثرعلامت با مقدار ۰/۰۰۷ به عنوان یک پارامتر مثبت، نشانگر وجود اثر اهرمی مثبت در دوره پیش بینی است و هم‌چنین مقدار کم آن در مقابل اثر حجمی شوک (Theta2)، نشانگر بالابودن اثر حجمی و پایداری شوک مثبت است. و نیز با توزیع تی-استیودنت بر اساس داده‌های جدول (۴-۲) در تمامی مدل‌های فوق به جز مدل EGARCH، در قسمت میانگین شرطی مدل‌ها، MA(1) معنی‌دار نیست. در سایر موارد تمامی پارامترها، در سطح اطمینان ۹۵٪ معنی‌دار هستند. مقدار d برآورد شده برای تمام مدل‌های مختلف با فرض توزیع تی-استیودنت برای بازده، عددی مثبت و بین صفر و یک و در عین حال کم‌تر از ۰/۵ است. معنی‌دار بودن d برآورد شده از نظر آماری در سطح معنی‌داری ۵٪ نشانگر وجود مانائی در فرآیند میانگین لگاریتمی شاخص اصلی بورس تهران است. هم‌چنین تفاوت مقادیر d برآورد شده برای مدل‌های مختلف، حاکی از تبیین متفاوت مدل‌ها از میزان دیرپائی تأثیر شوک‌های مختلف بر فرآیند میانگین لگاریتمی سری است. بر اساس جدول (۴-۲)، مدل ترکیبی ARFIMA-EGARCH با ۰/۳۷، بالاترین دیرپائی و مدل FIGARCH با ۰/۲۳، کم‌ترین میزان دیرپائی را در فرآیند میانگین سری از خود نشان می‌دهد. هم‌چنین مقایسه d به‌دست آمده با توزیع نرمال، حاکی از کم بودن شدید مقدار d برای توزیع تی-استیودنت است.

به مانند مدل‌های با توزیع نرمال، در مورد مدل‌های IGARCH، GARCH و FIGARCH، مجموع ضرایب مثبت مدل GARCH کم‌تر از مقدار ۱ است، که نشانه مانائی در کوواریانس فرآیند واریانس شرطی است. مجموع ضرایب نزدیک به ۱ در این مدل‌ها نشانگر وجود پایداری تلاطم و هم‌چنین حافظه بلندمدت در فرآیند واریانس شرطی است. هم‌چنین ضرایب مدل واریانس شرطی در مدل‌های فوق مثبت است که لازمه مثبت بودن واریانس شرطی است و با فرض توزیع تی-استیودنت، این مدل‌ها قادر به مدل‌سازی تلاطم‌های (واریانس شرطی) هستند.

درمدل EGARCH، مقدار Theta1 منفی است و نشانگر اثر اهرمی منفی در دوره پیش‌بینی مدل است. ولی باید توجه داشت این متغیر از نظر آماری در دوره پیش‌بینی

معنی دار نیست. لذا با فرض توزیع t ، عدم تقارن در شاخص قیمت رد می‌شود. ولی مقدار Θ_2 نشان‌گر وجود اثر اهرمی و اثر گذاری آن است. با استفاده از نتایج مربوط به مدل‌های ARFIMA و محدودیت مجموع ضرایب GARCH، مانائی مدل‌ها تضمین می‌شود.

جدول ۴-۲- پیش بینی پارامترهای مربوط به مدل‌های با توزیع t -student

انواع مدلها	ARFIMA(2,d,2) GARCH(1,1)	ARFIMA(2,d,2) IGARCH(1,1)	ARFIMA(1,d,0)F IGARCH(1,1)	ARFIMA(1,d,2)- EGARCH(1,1)
d-Arfima	۰/۳۰۸۱۶۳ .	۰/۳۰۸۱۳۴ .	۰/۲۳۱۶۷۵ .	۰/۳۶۸۶۹۷ .
AR(1)	۰/۵۰۰۵۹۲ ۰/۰۰۵۱	۰/۴۹۸۲۲۴ ۰/۰۰۴۷	۰/۲۳۲۳۲۴ ۰/۰۴۶۵	۰/۸۱۹۹۶۷ .
AR(2)	۰/۴۰۶۹۲۴ .	۰/۴۰۶۸۱۵ .		
MA(1)	۰/۲۳۶۷۷۱ (۰/۲۳۹۳)	۰/۲۳۳۵۷۶ ۰/۲۳۹۶	۰/۰۹۵۵۹۹ ۰/۳۲۹۲	۰/۲۲۴۹۴ .
MA(2)	۰/۳۰۱۶۳۲ (۰/۰۰۱۳)	۰/۳۰۲۲۱۱ ۰/۰۰۱۲		۰/۶۰۶۹۴۴ ۰/۰۰۲۱
MA(3)				
d-FIGARCH			۰/۴۴۱۵۶۵ .	
ARCH (Alpha1)	۰/۴۷۶۳۴۵ .	۰/۵۵۱۱۸۶ .	۰/۱۱۹۴۲۹ ۰/۰۱۵۵	۰/۶۲۱۱۸۶ .
GARCH(Beta1)	۰/۴۵۱۸۸۸ .	۰/۴۴۸۸۱۴ .		۰/۹۴۵۰۹۶ .
EGARCH(Theta1)				۰/۰۷۱۵۳۶ ۰/۱۹۲۴
EGARCH(Theta2)				۰/۸۰۷۰۴۱ .
DF t-student	۳/۵۵۷۷۴۲ .	۳/۳۴۸۸۶۵ .	۳/۷۵۰۳۵۱ ۰/۰۰۱۲	۳/۳۸۷۱۷۷ .

۴-۱- مقایسه کارایی مدل‌های مختلف

همان‌گونه که در بخش پایه‌های نظری بحث شده است، برای مقایسه کارائی مدل‌ها، در پیش‌بینی از روش‌های مختلفی استفاده می‌شود. آزمون‌ها که برای سنجش کارائی

مدل‌ها در پیش‌بینی واریانس شرطی مورد استفاده قرار می‌گیرند، استفاده از مدل‌های بسیار رایج و مشهور خطای پیش‌بینی مجدور میانگین

$$MSPE = (1/R) \sum_{i=1}^R (S_{t+h|t+1} - \hat{S}_{t+h|t})^2$$

و خطای میانگین مطلق

$$MAE = (1/R) \sum_{i=1}^R |S_{t+h|t+1} - \hat{S}_{t+h|t}|$$

می‌باشد. این توابع برای مقایسه توان پیش‌بینی مدل‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند و بهترین مدل با توان بالای پیش‌بینی، کم‌ترین میزان این توابع را خواهد داشت. نتایج معیارهای MEA، MSE، RMSE و TIC در جدول (۳-۴)، نشان داده شده است. نتایج جدول، حاکی از برتری مدل‌های با حافظه بلندمدت در هر دو توزیع نرمال و توزیع t-student است.

جدول ۳-۴ - نتایج معیارهای چهارگانه بررسی کارایی مدل در پیش‌بینی

Model	MSE	MAE	ME	RMSE	TIC	Model	MSE	MAE	ME	RMSE	TIC
ARFIMA(3,d,1)						ARFIMA(2,d,2)					
GARCH(1,1)	-.۳۳۵۴	-.۱۵۴۴	-.۰۳۴۶۴	-.۵۷۹۱	-.۷۱۸	GARCH(1,1)	-.۳۴۵۴	-.۱۶۶۵	-.۰۵۰۹۴	-.۵۸۷۷	-.۶۹۷۷
Normal						t-student					
ARFIMA(2,d,3)						ARFIMA(2,d,2)					
IGARCH(1,1)	-.۳۴۷۶	-.۱۵۷۹	-.۰۳۸۱۴	-.۵۸۹۵	-.۷۰۷۳	IGARCH(1,1)	-.۳۶۵۷	-.۱۷۵۹	-.۰۶۱۴۳	-.۶۰۴۷	-.۶۸۴۶
Normal						t-student					
ARFIMA(2,d,1)						ARFIMA(1,d,1)					
FIGARCH(1,1)	-.۳۲۳۴*	-.۱۴۰۱	-.۰۱۹۸۶	-.۵۶۸۷*	-.۷۱۹۷	FIGARCH(0,1)	-.۳۳۰۵*	-.۱۴۹۵*	-.۰۳۲۶۶	-.۵۷۴۸*	-.۶۹۹۶
Normal						t-student					
ARFIMA(2,d,1)						ARFIMA(1,d,2)					
EGARCH(1,1)	-.۳۹۱۲	-.۱۳۲۴*	-.۰۶۶۰۴	-.۶۲۵۵	-.۴۸۵۹*	EGARCH(1,1)	۱/۲۴۹	-.۱۷۲۶	-.۱۱۲۲	۱/۱۱۷	-.۶۳۷۸*
Normal						t-student					

بر اساس نتایج تحقیق در فرض توزیع بازده نرمال، مدل ترکیب -ARFIMA(2,d,1) در سه معیار از ۴ معیار موجود، دارای کم‌ترین میزان در بین مدل‌های مختلف است. بر اساس معیار TIC (قابل ذکر است که مقدار این تابع همیشه بین صفر و یک بوده و بهترین حالت ممکن مربوط به مقدار صفر است)، مدل -ARFIMA(2,d,1)-EGARCH(1,1) بهترین مدل است.

هم‌چنین در فرض توزیع بازده به صورت t -student، مدل $ARFIMA(1,d,1)$ بهترین پیش‌بینی ممکن را بر اساس معیارهای زیر انجام داده است. $FIGARCH(0,1)$ در مدل زیر هم معیار TIC برای مدل $EGARCH$ نتایج بهتری داده است، ولی آن‌چه که می‌توان با اطمینان و دقت گفت، عملکرد بهتر مدل‌های با حافظه بلندمدت و مدل غیرمتقارن در مقابل مدل‌های متقارن و حافظه کوتاه مدت مثل $GARCH$ و $IGARCH$ است. بر اساس این معیار در میان ۸ مدل یاد شده با توزیع‌های نرمال و t -student، برای انجام پیش‌بینی در دوره خارج از نمونه، مدل $ARFIMA-FIGARCH$ با توزیع نرمال برای جزء اخلاص، بهترین مدل بوده و نتایج دقیق‌تری را ارائه می‌دهد.

۵- کاربرد در تخمین ارزش در معرض خطر

تغییرات قیمت سهام به عنوان یکی از مهم‌ترین ریسک‌های مطرح برای بنگاه‌ها و افرادی است که در سطح بازار سهام فعالیت دارند. یکی از روش‌های مطرح در بررسی این نوع ریسک‌ها و مدیریت ریسک، تخمین VaR یا ارزش در معرض خطر است، که در سال‌های اخیر در بسیاری از مؤسسات و بازارهای مالی معتبر برای اندازه‌گیری ریسک، مورد توجه قرار گرفته است. ارزش در معرض ریسک، بیش‌ترین مقدار ضرر بالقوه در ارزش یک سبد سهام از ابزارهای مالی، در یک احتمال داده شده و در یک افق زمانی معین است. با وجود آن‌که استفاده از روش‌های آماری در بررسی مدیریت ریسک در بیش‌تر بازارهای مالی کشورهای پیشرفته بسیار مدنظر قرار گرفته است، ولی آن‌چه بسیار مورد تأکید است و این تحقیق توجه خود را به آن معطوف می‌دارد، این است که تاکنون هیچ روش قطعی برای تخمین ارزش در معرض خطر بازده سهام به‌عنوان روشی با قابلیت اطمینان بالا، مطرح نبوده است و اگر در یک بازار، روشی کارائی بالاتری از خود نشان می‌دهد، در بازاری دیگر لزوماً از کارائی بالائی برخوردار نخواهد بود.

هر چند VaR یک مفهوم ساده و شناخته شده است، اما بسیار چالش برانگیز در آمار است و تاکنون مدل‌های بسیار زیادی برای محاسبه ارزش در معرض خطر معرفی شده‌اند. از بعد آماری نیز تخمین ارزش در معرض ریسک مستلزم تخمین کوانتیل توزیع بازده به شرط مجموعه اطلاعاتی فعلی است. به زبان ریاضی، می‌توان ارزش در معرض ریسک یا VaR را به صورت زیر نشان داد:

فرض کنید که $\{r_t\}_{t=1}^T$ سری زمانی مربوط به بازده یک سبد دارائی و T حجم نمونه باشد، در آن صورت VaR به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Pr[r_t < -\text{VaR}_t | I_{t-1}] = \theta \quad (1-5)$$

یا می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\text{Prob}[(\Delta \tilde{P}(\Delta t, \Delta \tilde{x}) > -\text{VaR}] = 1 - \theta \quad (2-5)$$

$\Delta \tilde{x}$: تغییر ارزش بازار پرتفوی در افق زمانی مورد نظر (Δt در بردار متغیرهای مورد نظر Δx) و $1 - \theta$: سطح اطمینان است.

پارامتر θ معمولاً بین ۱ تا ۱۰ درصد انتخاب می‌شود و انتخاب آن به درجه ریسک‌پذیری و مازاد سرمایه مؤسسه مالی یا سرمایه‌گذار بستگی دارد. افق زمانی Δt برای تعیین میزان ارزش در خطر، بین یک روز تا دو روز تعیین می‌شود. همان‌طور که فرمول ارزش در معرض خطر نشان می‌دهد، محاسبه ارزش در معرض خطر شامل تعیین ۳ جز اصلی تلاطم بازده، توزیع احتمالات بازده و احتمال تعیین شده برای حداکثر ضرر مورد پذیرش خواهد بود. اما به طور کلی و با در نظر گرفتن تئوری‌های متفاوت برای بازده دارائی‌ها، برای اندازه‌گیری VaR سه راه مختلف پارامتریک، ناپارامتریک و نیمه پارامتریک وجود دارد.

مدل‌های پارامتریک را می‌توان در دو گروه عمده مدل‌های ریسک-متریک و مدل‌های GARCH و مدل‌های تلاطم چندگانه قرار داد. در تمام روش‌های پارامتریک محاسبه VAR، فقط انحراف معیار است که نشان‌دهنده تفاوت در میزان ارزش در معرض خطر است.

روش‌های ناپارامتریک، مبتنی بر فرض عدم وجود توزیع معین‌اند و از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان شبیه‌سازی تاریخی، روش هیبریدی و شبیه‌سازی مونت کارلو را نام برد. دسته سوم مدل‌های نیمه پارامتریک برای پیش‌بینی تلاطم و انحراف معیار از روش‌های پارامتریک مثل GARCH و EWMA استفاده می‌کنند، درحالی‌که برای نشان دادن توزیع بازده از توزیع خاصی استفاده نکرده و مثل روش‌های غیر پارامتریک عمل می‌کنند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به تئوری ارزش حدی و مدل‌های GARCH شبه ماکزیمم راست‌نمایی اشاره کرد. برای دریافت اطلاعات تکمیلی در مورد انواع مدل‌های سنجش VaR، می‌توان به وانگ و سو (۲۰۰۳) و مانگالینی و انجل (۲۰۰۱) مراجعه کرد.

مدل اصلی ریسک- متریک فرض می‌کند که، بازده دارائی‌های مالی از یک توزیع شرطی نرمال با میانگین صفر و واریانس متغیر که به صورت میانگین متحرک وزنی نمائی از مربع بازده‌های قبلی است، برخوردار است.

از سویی مدل‌های GARCH برای در نظر گرفتن ویژگی تلاطم در حال تغییر، به وجود آمده‌اند. در کنار این، مدل‌های بسیار زیادی برای ویژگی حافظه بلند مدت تلاطم در سری‌های زمانی ایجاد شد. برای مثال بایلی و همکاران (۱۹۸۶) و برلسلوف و میکلسون (۱۹۹۶)، با ارایه مدل‌هایی به توصیف این پدیده پرداختند. مدل‌های زیادی با در نظر گرفتن این دو ویژگی داده‌های مالی، برای تخمین ارزش در معرض خطر در بازارهای مختلف با GARCH توسعه داده شده‌اند. مطالعات بسیار زیادی در بازارهای مختلف مالی برای مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف در تخمین ارزش در معرض خطر انجام گرفته، که تنوع نتایج آن‌ها بسیار زیاد است.

مایک سو^۱ (۲۰۰۶) و فیلیپ یوبا^۲ (۲۰۰۶)، با بررسی عملکرد مدل‌های مختلف GARCH در تخمین ارزش در معرض خطر با استفاده از داده‌های مربوط به ۱۲ شاخص اصلی سهام در اروپا و آمریکای شمالی و جنوب شرقی آسیا و چهار ارز اصلی دریافتند که رفتار غیرممتقارن در داده‌های مربوط به بازارهای مالی مشاهده می‌شود، در حالی که در بازده مربوط به نرخ ارز، رفتار متقارن مشاهده می‌شود. هم‌چنین در تخمین ارزش در معرض خطر، مدل‌های با توزیع t ، بهتر از مدل‌های با توزیع نرمال به خصوص برای $\alpha = 1\%$ هستند. آن‌ها به این نکته اشاره دارند که مدل‌های FIGARCH^۳ در تخمین VaR با $\alpha = 1\%$ عملکرد بهتری دارند و بیش‌تر سری‌های زمانی دارای توزیع با کشیدگی زیادند و در عین حال حافظه بلندمدتی را از خود نشان می‌دهند و دریافتند که تخمین VaR برای نرخ ارز کم‌تر از تخمین VaR برای شاخص سهام، به توزیع مدل تلاطم وابسته است. برای $\alpha = 2/5\%$ ، مدل‌های IGARCH نتایج بهتری از خود نشان می‌دهند و برای 5% ، مدل‌های ریسک-متریک کارائی بالاتری دارند. برنز (۲۰۰۲)، با استفاده از مدل‌های GARCH برای داده‌های روزانه شاخص S&P 500، برای ۷۰ سال به تخمین VaR پرداخت. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که تخمین زن‌های GARCH در مقایسه با سایر مدل‌ها به دلیل دقت و سازگاری سطح احتمال، عملکرد بهتری دارند.

1- Mike K.P. So.

2- Philip L.H. Yu.

3- Fractionally Integrated GARCH.

اگر چه تمامی مدل‌های GARCH آزمایش شده نسبتاً خوب عمل کردند، اما کیفیت تخمین VaR به این بستگی دارد که چه نوع خاصی از مدل GARCH مورد استفاده قرار گیرد. در این تحقیق این توصیه مطرح گردیده است که وزن دادن بیش‌تر به مشاهدات اخیر به هنگام برآزش مدل GARCH مفید است. کریستیانسن (۱۹۹۹)، از مدل GARCH به منظور تخمین میزان VaR برای تعدادی از پرتفوی‌های متشکل از اوراق قرضه با نرخ بهره صفر استفاده کرد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که مقدار VaR در سطح ۱٪ به شکلی ضعیف تخمین زده شده است، چرا که کسری از بازده‌های کوچک‌تر از مقادیر VaR برای اکثریت پرتفوی‌های مورد بررسی معنی‌دار بود. در مقابل، تخمین‌های VaR در سطح ۵٪ منطقی به نظر می‌رسند و کسری از بازده‌های کرانی تنها در کم‌تر از نیمی از موارد (نمونه‌ها) به طور معنی‌داری از سطح ۵٪ متفاوت‌اند. در نهایت این که میزان VaR برای برخی از پرتفوی‌ها با استفاده از روش ریسک متریک محاسبه شد. نتایج حاصل از این روش، مشابه مقادیر VaR به‌دست آمده در سطح ۱٪، با استفاده از مدل GARCH است، حال آن‌که برای مقادیر VaR محاسبه شده در سطح ۵٪، کسری از بازده‌ها در مقایسه با پرتفوی‌هایی که با استفاده از مدل ARCH محاسبه شدند، برای تعداد کم‌تری از پرتفوی‌هایی که با استفاده از روش ریسک متریک به‌دست آمدند، متفاوت از سطح ۵٪ هستند. در این بررسی توصیه شده است که به منظور ارتقاء تخمین VaR با استفاده از مدل‌های ARCH، می‌توان توزیع t - استیودنت را جایگزین توزیع نرمال کرده و درجه آزادی را تخمین زد.

گراو^۱ (۲۰۰۲)، نشان داد که تخمین بهتر VaR در داخل نمونه مورد بررسی برای یک مدل، به‌معنای عملکرد بهتر همان مدل در پیش‌بینی خارج از مدل نیست. او به این نتیجه رسید که مدل‌های با توزیع t -student برای تخمین VaR در داخل نمونه، نتایج بهتری را در مقایسه با توزیع نرمال می‌دهند، در حالی که توزیع نرمال در خارج از نمونه مورد بررسی، عملکرد بسیار بهتری برای پیش‌بینی از خود نشان می‌دهد. هم‌چنین گیوت^۲ و لارنت^۳ (۲۰۰۳)، VaR را برای بازده‌های روزانه دارائی‌ها مدل‌سازی کردند و نتایج آن‌ها نشان داد که در بسیاری از موارد هرچند که توزیع t -student عملکرد بهتری را در مدل‌سازی تلاطم دارد، ولی مقدار بحرانی توزیع t -student، $t_{\alpha}(v)$ و $t_{1-\alpha}(v)$

1- Grau.

2- Giot.

3- Laurent.

مقادیر خیلی بزرگی هستند که منجر به اعلام VaR بزرگ‌تری می‌شوند و در نتیجه معمولاً عملکرد مدل‌ها به دلیل محافظه‌کاری فوق‌العاده زیر سؤال می‌رود.

در تحقیقی که توسط هانگ و لین^۱ (۲۰۰۴)، روی شاخص سهام و با استفاده از مدل APARCH برای مدل‌سازی واریانس شرطی، انجام شده است، توزیع نرمال نتایج بهتری را در تخمین ارزش در معرض خطر در سطوح اطمینان پایین‌تر (α بزرگ‌تر) در پیش‌بینی خارج از نمونه ارائه می‌دهد، در حالی که در مورد توزیع t-student عملکرد آن در سطوح اطمینان بیشتر (α کوچک‌تر) بهتر بوده و نتایج قابل دفاع‌تری را ارائه می‌کند.

بر خلاف نتایج بالا، پینگ-سونگ و وو^۲ و شو-جین شیه^۳ (۲۰۰۷)، با بررسی ارزش در معرض خطر برای ویژگی تلاطم با حافظه بلندمدت از سه نوع توزیع متفاوت نرمال، t-student و t-student چوله برای داده‌های روزانه مربوط به نرخ بهره T-bond استفاده کردند. آن‌ها برای مدل‌سازی واریانس شرطی، دو مدل GARCH، FIGARCH را به کار بردند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که بازده نرخ بهره اوراق قرضه دارای حافظه بلندمدت تلاطم بوده، و مدل‌های با حافظه بلندمدت نتایج بهتری را نشان می‌دهند. در هر دو حالت تخمین در داخل نمونه مورد بررسی و پیش‌بینی خارج از نمونه، مدل‌های FIGARCH در هر سه نوع توزیع، عملکرد بسیار بهتری نسبت به مدل‌های GARCH دارند و مدل FIGARCH با توزیع t-student چوله‌دار، عملکرد بهتری دارد.

شیوویان پانگ^۴ و همکارانش (۲۰۰۴)، بر اساس داده‌های داخل نمونه^۱ یکم جولای ۱۹۸۷ تا آخر دسامبر ۱۹۹۳ برای تخمین و داده‌های خارج از نمونه ژانویه ۱۹۹۴ تا دسامبر ۱۹۹۸، برای پیش‌بینی تلاطمات نرخ ارز پوند، ین و مارک در مقابل دلار به این نتیجه رسیدند، که مدل‌های با استفاده از حافظه بلندمدت مانند ARFIMA، نتایج بسیار بهتری را در پیش‌بینی تلاطمات نرخ ارز نسبت به مدل‌های با حافظه کوتاه مدت مثل GARCH ارائه می‌کند. پولاسک و پوجاریو (۲۰۰۲)، VaR را برای بازده‌های NASDAQ 100 محاسبه کردند و نشان دادند که انتخاب مدل نوسانی می‌تواند دقت تخمین VaR را به میزان قابل توجهی افزایش دهد.

1- Haung & Lin.

2- Ping-Tsung Wu.

3- Shwu-Jane Shieh .

4- Shiuayan Pong.

بسیار جالب است که ببینیم آیا دارا بودن حافظه بلند مدت در مدل، سبب تخمین بهتر ارزش در معرض خطر می‌شود. در این قسمت از برآوردهای انجام شده برای پارامترها در مدل‌های مختلف به عنوان ورودی برای مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف در تعیین ارزش در معرض خطر برای شاخص بورس سهام تهران استفاده می‌شود. هم‌چنین کارکرد مدل‌های مختلف در تعیین ارزش در معرض خطر برای شاخص اصلی بازار با استفاده از تکنیک‌های مختلف مقایسه عملکرد مدل‌ها، مورد مقایسه قرار گرفته و بهترین مدل برای تعیین ارزش در معرض خطر بر اساس داده‌های شاخص اصلی مشخص می‌شود. لذا علاوه بر تعیین مناسب‌ترین مدل برای مدل‌سازی تلاطم‌ها، آنچه در این نوشتار مشخص می‌شود، تعیین مناسب‌ترین مدل برای تعیین ارزش در معرض خطر با استفاده از داده‌های مربوط به شاخص اصلی بورس سهام تهران خواهد بود.

۵-۱- معیارهای مقایسه دقت مدل‌ها در تعیین ارزش در معرض خطر

برای تعیین مناسب‌ترین مدل، از روش‌های متفاوتی برای سنجش عملکرد مدل‌ها در تعیین ارزش در معرض خطر از ۲ معیار اساسی و بسیار مهم آزمون بازخور و آزمون Kupiec و آزمون کوانتیل رگرسیون پویا^۱ استفاده شده است، که به تفصیل توضیح داده می‌شوند.

۵-۱-۱- آزمون‌های دقت محاسبه ارزش در معرض خطر

هر تکنیکی که برای محاسبه VaR به کار برده شود، را می‌توان با استفاده از یک ابزار کم و بیش مهم به نام «آزمون بازخور» یا نرخ خطا^۲، کنترل کرد. این آزمون شامل سنجش عملکرد برآوردهای VaR در گذشته است. فرض کنید ما VaR روزانه را با اطمینان ۹۹٪ محاسبه کردیم. «آزمون بازخور» در اینجا به بررسی آن‌چه که در عمل اتفاق افتاده است و آن‌چه که VaR یک روزه با اطمینان ۹۹٪ محاسبه کرده بود، می‌پردازد. اگر این مبلغ برآورد شده تقریباً در ۱٪ روزها اتفاق افتاده باشد، می‌توانیم به طور منطقی متد مورد نظر برای محاسبه VaR را معتبر بدانیم. اما اگر این مبلغ محاسبه شده قبلی، مثلاً در ۱۰٪ روزها اتفاق افتاده باشد، مناسب بودن متدولوژی مورد نظر مورد شک و تردید است.

1- Dynamic Quantile Test.

2- Failure Rate.

علاوه بر آزمون بازخور یا نرخ خطا، آزمون دیگری که برای محاسبه دقت مدل‌ها در تعیین ارزش در معرض خطر مورد استفاده قرار می‌گیرد، آزمون کوپیک^۱ (۱۹۹۵) است. این آزمون بر اساس آزمون نسبت ماکسیم راست‌نمایی برای تعیین دقت مدل‌های مختلف در بازه اطمینان داده شده، ابداع شد، که با روشی بسیار ساده میزان خطای روش ارزش در معرض خطر را برای داده‌های گذشته می‌سنجد. به عنوان مثال اگر روش محاسبه VaR برای داده‌های گذشته در ۱۰٪ موارد خطا داشته باشد، برای بازه اطمینان ۹۵٪ این روش کارایی ندارد. به عبارت دیگر، در این روش فرض صحت بازه اطمینان برای روش محاسبه VaR مورد آزمون قرار می‌گیرد. این آزمون معادل با تست فرضیه $H_0: f = \alpha$ در مقابل فرضیه $H_1: f \neq \alpha$ است. در حالی که f نرخ خطا است و احتمال خطا که به وسیله \hat{f} برآورد می‌شود به صورت زیر است:

اگر مدل VaR به‌طور دقیق و متناسب برآورد شده باشد، در آن صورت نرخ خطا باید برابر α یا همان سطح اطمینان باشد. محاسبه نرخ خطای تجربی به صورت زیر است:

$$\hat{f} = x / N$$

که در آن x ، تعداد دفعاتی است که بازده (مقدار قدر مطلق آن) از میزان پیش‌بینی شده در VaR بیش‌تر است، N تعداد نمونه است، یا به عبارت دیگر داریم:

$$(1/T) \sum_{t=1}^T I(r_t \cdot VaR_t(\alpha))$$

که در آن I ، تابع نشانگر و VaR مقدار تعیین شده در زمان t است، که در معادله فوق به صورت نسبت تعداد انحراف به کل مشاهدات است. مطابق معادله کوپیک $x \sim \text{Binomial}(N, f)$ و احتمال مشاهده x انحراف در تعداد نمونه N برابر است با $P(x, f, N) = C_x^N (1-f)^{N-x} f^x$ و در حالتی که ضریب دو جمله‌ای ترکیب x از N است. آزمون نسبت ماکسیم راست‌نمایی کوپیک به صورت زیر به کار می‌رود.

$$LR = -2 \ln(1 - \alpha)^{N-x} \alpha^x + 2 \ln[1 - \hat{f}]^{N-x} (\hat{f})^x \sim \chi^2(1)$$

با در نظر فرضیه صفر، آماره LR کوپیک، توزیع چی دو با ۱ درجه آزادی دارد. آزمون دیگر که برای شناسایی دقت مدل‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر مورد استفاده قرار می‌گیرد، آزمون کوانتیل رگرسیون پویا^۲ است. این آزمون در سال ۱۹۹۹

1-Kupiec.

2- Dynamic Quintile Test.

توسط انجل و مانگالینی، برای ارزیابی عملکرد مدل‌ها در تخمین VaR مورد استفاده قرار گرفته است. این آزمون حالت دقیق‌تر و جامع‌تر مدل کریستوفرسن است: آزمون کریستوفرسون آزمونی مشابه کوچک است. اما این آزمون آماره دیگری را نیز کنترل می‌کند، یک متغیر که در صورت خطای روش VaR، مقدار یک و در غیراین صورت مقدار صفر می‌گیرد، توزیع خطای VaR در صورت کارایی VaR در تمام دوره مورد بررسی باید یک توزیع مستقل باشد. این آزمون بر اساس آزمون توزیع باینری طراحی شده است و از آزمون‌های این توزیع بهره می‌برد. انجل و مانگالینی معتقدند که یک مدل متناسب و دقیق VaR باید به‌طور مشخص، دنباله‌ای از انحرافات VaR را نشان دهد که به صورت سریالی همبسته نباشند. لذا متغیر جدیدی به صورت زیر تعریف کردند:

$$\text{Hit}_t(\alpha) = I(r_t > \text{VaR}_t(\alpha) - \alpha)$$

آن‌ها پیشنهاد دادند که آزمون زیر برای ارزیابی عملکرد VaR انجام شود:

$$A1: E(\text{Hit}_t(\alpha)) = \alpha$$

با متغیرهایی که در مجموعه اطلاعاتی خود دارد، همبسته نیست

$$A2: E(\text{Hit}_t(\alpha))$$

بر طبق نظر آن‌ها، A1-A2 می‌تواند به صورت یک رگرسیون ساختگی به صورت زیر باشد:

$$\text{Hit}_t = X\lambda + \varepsilon_t$$

که در آن X یک ماتریس $T \times k$ است، که در آن ستون اول برابر ۱ و q ستون دیگر برای $\text{Hit}_{t-1}(\alpha)$ و $\text{Hit}_{t-2}(\alpha)$ و ... و $\text{Hit}_{t-q}(\alpha)$ و $k-q-1$ ستون‌های باقی مانده برای متغیرهای مستقل هستند. هم‌چنین آماره تست به صورت زیر است.

$$D_Q = \hat{\lambda}' X' X \hat{\lambda} / \alpha(1-\alpha) \sim \chi^2(k)$$

که در آن $\hat{\lambda}$ ، تخمین زن OLS از λ است. نمونه کوچک‌تر این آزمون، تست F است، ولی برای مشاهدات بالاتر از ۱۰۰۰، این دو تفاوت زیادی داشته و تست F نتایج خوبی می‌دهد.

۵-۲ نتایج آزمون‌ها

همان‌طور که در بالا اشاره شد، برای تعیین دقت مدل‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر با استفاده از داده‌های داخل نمونه (۱۴۶۷ نمونه روزانه) از دو روش آزمون بازخور

مربوط به تعیین معنی‌داری نرخ خطای محاسبه VaR و آزمون کوانتیل رگرسیون پویا استفاده می‌شود. در بیش‌تر تحقیقات انجام شده در این حوزه برای دقت تخمین از یکی از روش‌های زیر استفاده می‌شود. به عنوان مثال پینگ - سونگ وو و شوچین شیه (۲۰۰۷) و مایک سو^۱ و فیلیپ یوبا در سال ۲۰۰۶ تنها با استفاده از آزمون بازخور و کاستر و همکارانش (۲۰۰۳)، از آزمون کوانتیل رگرسیون پویا برای مقایسه دقت مدل‌های مختلف در تعیین ارزش در معرض خطر استفاده کرده‌اند.

۵-۱-۳- نتایج آزمون‌ها با فرض توزیع نرمال

بر اساس آزمون کوپیک، اگر مدل VaR دقیقاً و متناسب برآورد شده باشد، در آن صورت نرخ خطا باید برابر α یا همان سطح اطمینان باشد. لذا آزمون صفر مبنی بر برابری مقدار تخمین زده شده با سطح معنی‌داری است. در سطح معنی‌داری ۵٪ و با فرض توزیع بازده به صورت نرمال، نتایج آزمون کوپیک و P مقدار محاسبه شده حاکی از رد فرضیه یکسان بودن خطای برآورد شده با α در مدل‌های EGARCH، FIGARCH، GARCH و IGARCH است. لذا با استفاده از این آزمون می‌توان گفت که تنها در مدل ریسک-متریک فرضیه صفر رد نشده و برابری نرخ خطا و α رد نمی‌شود. در سطح معنی‌داری ۲٪ در تمام مدل‌ها فرضیه صفر رد نشده و می‌توان گفت که در مدل‌های مختلف برابری درصد انحرافات با مقدار ۲/۵٪ رد نمی‌شود. توجه به P مقدار^۲ در FIGARCH و ریسک-متریک بیانگر این است که در سطح معنی‌داری ۱٪ فرضیه صفر رد شده و این مدل‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر، موفق نبوده‌اند. همچنین در سطح معنی‌داری ۵/۰ درصد، فرضیه صفر در تمام مدل‌ها رد می‌شود. از سویی مقایسه تمام مدل‌ها بر اساس این معیار و قدر مطلق فاصله پارامتر برآورد شده با مقدار α ، دقت این ۵ مدل را نشان می‌دهد. جدول (۵-۱)، نتایج حاصل از آزمون کوپیک و تفاوت $|\hat{\alpha} - \alpha|$ را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱- نتایج آزمون کوپیک برای شناسایی دقت مدل‌ها با فرض توزیع نرمال

1- Mike K.P. So.

2- P-value.

کوانتیل	مدل	Kupiec LR	P-value	$ \hat{\alpha} - \alpha $
۰/۰۵	Risk Metrics	۱/۹۴۶۸	۰/۱۶۲۹۳	۰/۰۰۷۷۳۷
	IGARCH	۵/۸۹۱۵*	۰/۰۱۵۲۱۴	۰/۰۱۳۱۹
۰/۰۲۵	FIGARCH	۰/۰۰۲۹۴۵۴	۰/۹۵۶۷۲	۰/۰۰۰۲۲۲
	Risk Metrics	۰/۰۰۴۶۵۶	۰/۹۳۵۴۲	۰/۰۰۰۲۹۵
۰/۰۱	IGARCH	۳/۲۰۷۵	۰/۰۷۳۳	۰/۰۰۴۹۹۷
	EGARCH	۴/۰۷۳۶	۰/۰۴۳۵۵۹	۰/۰۰۵۶۷۸
۰/۰۰۵	IGARCH*	۹/۳۱۳*	۰/۰۰۲۲۷۵۳	۰/۰۰۶۵۸۸
	GARCH*	۹/۳۱۳*	۰/۰۰۲۲۷۵۳	۰/۰۰۶۵۸۸

همان‌گونه که جدول (۵-۱) نشان می‌دهد، در سطح معنی‌داری ۰/۵، تنها مدل ریسک متریک برآورد مناسبی داشته و در عین حال کم‌ترین تفاوت از مقدار α را دارد. دومین مدل از نظر کم‌ترین تفاوت با α ، مدل IGARCH است، که با توجه به P ، مقدار معنی‌دار نیست. در سطح معنی‌داری ۰/۲۵، مدل FIGARCH بهترین نتیجه را در برآورد VaR دارد. در ضمن این مدل با کم‌ترین تفاوت از مقدار α ، برابر با ۰/۰۰۰۲۲۲، بهترین عملکرد را در میان تمام مدل‌ها با توزیع نرمال و با سطوح معنی‌داری متفاوت دارد. در این سطح مدل ریسک متریک بعد از FIGARCH نتایج عملکردی بهتری از خود نشان می‌دهد.

هم‌چنین در سطح ۰/۱ مدل‌های IGARCH و EGARCH عملکرد بهتری در تخمین VaR دارند. در سطح ۰/۵ درصد هم هرچند مدل‌های GARCH و IGARCH از نظر مینیمم تفاوت نسبت به α عملکرد مناسبی دارند، ولی میزان این تفاوت نسبت به سایر سطوح زیاد بوده و هم‌چنین فرضیهٔ صفر مبنی بر یکسان بودن مقدار $\hat{\alpha}$ با مقدار α واقعی رد شده است، لذا می‌توان گفت که هیچ یک از مدل‌های اشاره شده در سطح دقت ۰/۵ درصد قادر به برآورد VaR نیستند. از سویی انجل و مانگالینی (۱۹۹۸) معتقدند، که در یک مدل متناسب و دقیق VaR، انحرافات موجود در برآورد VaR از مقدار واقعی آن باید دنباله‌ای از انحرافات عددی باشد که به صورت سریالی همبسته نباشند، لذا در آزمون کوانتیل رگرسیون پویا، وجود همبستگی سریالی مورد آزمون قرار می‌گیرد و آزمون صفر مبتنی بر فرض عدم همبستگی است. جدول (۵-۲)، نتایج حاصل

معنی‌داری ۰/۵ درصد و توزیع نرمال، فقط در مدل‌های IGARCH و EGARCH فرضیهٔ صفر رد نمی‌شود ولی آن‌چه از جدول پیدا است، عملکرد بسیار قوی مدل IGARCH در مقابل سایر مدل‌ها در این سطح اطمینان است.

سرانجام بر اساس نتایج حاصل از دو آزمون، می‌توان گفت که با فرض توزیع نرمال برای بازده، بسته به سطح معنی‌داری متفاوت، مدل‌های مختلف عملکردهای متفاوتی بروز می‌دهند. ولی می‌توان بهترین مدل‌ها را در هر سطح اطمینان به صورت جدول زیر توصیف کرد. نتایج تحقیق یافته‌های مایک سو و فیلیپ یوبا (۲۰۰۶) را در سطح ۰/۵٪ تأیید می‌کند.

جدول ۵-۳- بهترین مدل‌ها از نظر تخمین ارزش در معرض خطر با فرض توزیع نرمال

سطح اطمینان (سطح معنی‌دار)	مدل
$\alpha = 5/0\%$	Risk Metrics یا IGARCH
$\alpha = 2/5\%$	FIGARCH
$\alpha = 1/0\%$	IGARCH EGARCH
$\alpha = 0/5\%$	مدل‌ها قادر به برآورد VaR نیستند

۵-۱-۴- نتایج آزمون‌ها با فرض توزیع تی-استیودنت

بعد از بررسی دقت مدل‌های مختلف در تخمین ارزش در معرض خطر، اکنون با استفاده از توزیع نرمال، به ارزیابی دقت مدل‌ها با فرض توزیع تی-استیودنت می‌پردازیم. برای ارزیابی دقت مدل‌ها در توزیع تی-استیودنت، همانند توزیع نرمال، از دو آزمون کوپیک و آزمون کوانتیل رگرسیون پویا استفاده می‌شود. عملکرد بهتر مدل‌ها در توزیع تی-استیودنت در تخمین ارزش در معرض خطر در مقایسه با توزیع نرمال به شدت مشهود است. از میان تمامی مدل‌های مختلف و در سطوح اطمینان متفاوت، تنها در مدل EGARCH در سطح معنی‌داری ۰/۵٪، آزمون صفر مبنی بر برابری درصد انحراف از مقدار α رد شده است. در سایر مدل‌ها و در سطوح مختلف آزمون صفر رد نشده و نشانگر توانائی مدل‌ها در برآورد مناسب است. مقایسهٔ نتایج حاصل از توزیع نرمال و توزیع تی-استیودنت در تمام مدل‌ها حکایت از برتری این توزیع نسبت به نرمال دارد (مقدار P به طور چشم‌گیری نسبت به مدل‌های نرمال، بالا است). اما در

مقام مقایسه در مورد عملکرد مدل‌ها در زمینه تخمین دقیق‌تر VaR، از نتایج دو آزمون استفاده می‌کنیم. مقایسه تمام مدل‌ها بر اساس معیار کوپیک و قدر مطلق فاصله پارامتر برآورد شده با مقدار α ، دقت این مدل‌ها را نشان می‌دهد. جدول (۴-۵) نتایج حاصل از آزمون کوپیک و تفاوت $|\hat{\alpha} - \alpha|$ را نشان می‌دهد. همان‌گونه که جدول (۴-۵) نشان می‌دهد، در سطح معنی‌داری ۵٪ مدل ریسک متریک برآورد مناسبی داشته و در عین حال کم‌ترین تفاوت از مقدار α را دارد. دومین مدل از نظر کم‌ترین تفاوت با α ، مدل IGARCH است. در سطح معنی‌داری ۲/۵٪ مدل FIGARCH بهترین نتیجه را در برآورد VaR دارد. در این سطح، مدل ریسک متریک بعد از FIGARCH نتایج عملکردی بهتری از خود نشان می‌دهد.

جدول ۴-۵- نتایج آزمون کوپیک برای شناسایی دقت مدل‌ها با فرض توزیع تی-استیودنت

کواتیل	مدل	P-value	$ \hat{\alpha} - \alpha $
۰/۰۵	RiskMetrics	۰/۹۶۶۵۳	۰/۰۰۰۲۳۹
	IGARCH	۰/۶۸۶۰۲	۰/۰۰۲۲۸۴
۰/۰۲۵	FIGARCH	۰/۹۰۹۸۶	۰/۰۰۰۰۴۶
	RiskMetrics	۰/۸۲۵۶۴	۰/۰۰۰۰۹۰۲
۰/۰۱	EGARCH	۰/۸۵۹۳۸	۰/۰۰۰۰۶۵۶۷
	FIGARCH	۰/۵۵۰۹۴	۰/۰۰۰۱۵۸۸
۰/۰۰۵	EGARCH	۰/۵۵۱۸	۰/۰۰۰۱۱۳۵
	FIGARCH	۰/۵۵۱۸	۰/۰۰۰۱۱۳۵

هم‌چنین در سطح ۱٪ و ۵٪ درصد مدل‌های EGARCH و FIGARCH عملکرد بهتری در تخمین VaR دارند. مانند توزیع نرمال، دومین آزمونی که بر روی عملکرد مدل‌ها در توزیع تی-استیودنت انجام شده است، آزمون کوانتیل رگرسیون پویا است. نتایج حاصل از این آزمون در جدول (۵-۵) آورده شده است. بر اساس نتایج حاصل از جدول (۵-۵)، در سطح α برابر ۵٪، دو مدل ریسک متریک و مدل EGARCH دارای دنباله انحرافات همبسته هستند و فرضیه صفر در آن‌ها رد می‌شود. در سطح معنی‌داری ۲/۵٪، کاربرد بهتر مدل FIGARCH در تخمین ارزش در معرض خطر به

خوبی مشخص است. لازم به ذکر است که بر اساس این آزمون در تمام سطوح اطمینان، در مدل ریسک متریک فرضیه صفر رد شده و این مدل دنباله‌ای از انحرافات همبسته را ارائه می‌دهد.

جدول ۵-۵- نتایج آزمون کوانتیل رگرسیون پویا در ارزیابی دقت مدل‌ها در تخمین VaR با توزیع تی-استیودنت

Dynamic Quantile Test of Engle and Manganeli (1999)				
α	۵%	۲/۵%	۱%	۰/۵%
GARCH				
Stat.	-/۷۷۷۷۸	۳/۵۶۶۱	۶/۱۲۸	۲/۰۲۵۷
P-value	-/۹۹۷۶۶	۰/۸۳۰۸۱	-/۵۲۴۸۹	-/۹۰۴۲
IGARCH				
Stat.	-/۷۷۷۷۸	۳/۵۶۶۱	۶/۱۲۸	۲/۷۸۴۴
FIGARCH				
Stat.	۱۲/۳۴۹	۲/۵۱۱۱	۶/۰۶۳۴	۱/۹۸۹
P-value	۰/۰۸۹۶۶۳	۰/۹۲۶۲۶	-/۵۳۲۳۷	۰/۹۶۰۴۵
EGARCH				
Stat.	۱۴/۴۰۲*	۱۹۲۱۹۹۸	۱/۰۳۸۴	۲۰۲۹۳۲۰
P-value	۰/۰۴۴۴۷۳	۰/۶۹۴۵۵	-/۹۹۴۱۸	-/۹۰۷۵
Risk Metrics				
Stat.	۲۲/۵۳*	۳۳/۱۲۶*	۲۲/۳۲۲*	۲۹/۰۸۳*
P-value	۰/۰۰۲۰۵۷۳	۰/۰۰۰۰۲۵۱	۰/۰۰۲۲۳۴۷	۰/۰۰۰۱۳۹۷۲

از سویی همان‌طور که انتظار می‌رود در سطح معنی‌داری ۱٪ و ۵٪ درصد هم به جز مدل ریسک متریک، در هیچ یک از مدل‌ها فرضیه صفر رد نمی‌شود. سرانجام براساس نتایج حاصل از دو آزمون می‌توان گفت که با فرض توزیع تی-استیودنت برای بازده، بسته به سطح معنی‌داری متفاوت، مدل‌های مختلف عملکردهای متفاوتی نتیجه

می‌دهند. ولی می‌توان بهترین مدل‌ها را در هر سطح اطمینان به صورت جدول (۵-۶) توصیف کرد. نتایج تحقیق، یافته‌های پینگ-سونگ وو و شو-جین شی، گراو [۴۰] و گیوت (2003)^۱ و لارنت (؟؟؟) را مبنی بر عملکرد بهتر مدل‌های با توزیع تی-استیودنت و تفاوت عملکرد مدل‌ها در سطوح اطمینان مختلف را تأیید می‌کند. هم‌چنین در مقایسه با توزیع نرمال می‌توان گفت که توزیع نرمال نتایج بهتری را در تخمین ارزش در معرض خطر در سطوح اطمینان پایین‌تر (α بزرگ‌تر) در پیش‌بینی VaR داخل نمونه نسبت به سطوح اطمینان بیش‌تر (α کوچک‌تر) ارائه می‌دهد، در حالی که در مورد توزیع t-student عملکرد آن در سطوح اطمینان بیش‌تر (α کوچک‌تر) بهتر بوده و نتایج قابل دفاع‌تری را ارائه می‌کند. (تعداد مدل‌های قابل پذیرش در هر سطح اطمینان بر اساس آزمون کوانتیل رگرسیون پویا مبنای اظهار نظر بوده است. به طوری که در توزیع نرمال با کاهش α از تعداد مدل‌های مورد پذیرش کم می‌شود و در تی-استیودنت این نتیجه برعکس است.)

جدول ۵-۶- بهترین مدل‌ها از نظر تخمین ارزش در معرض خطر با فرض توزیع نرمال

سطح اطمینان (سطح معنی‌دار)	مدل
۹۵ درصد یا $\alpha = 5\%$	IGARCH
۹۷/۵ درصد یا $\alpha = 2/5\%$	FIGARCH
۹۹ درصد یا $\alpha = 1\%$	EGARCH
۹۹/۵ درصد یا $\alpha = 0/5\%$	EGARCH FIGARCH

۶- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، ابتدا با استفاده از روش‌های نوین آماری، تلاطم موجود برای شاخص اصلی بورس برآورد شده و با استفاده از روش‌های استاندارد دقت مدل‌ها در برآورد تلاطم مناسب مورد ارزیابی قرار گرفته و بهترین مدل‌ها برای توزیع نرمال و توزیع تی-استیودنت در برآورد تلاطم مشخص شده‌اند. برای تخمین تلاطم، استفاده از مدل‌های مختلف استفاده شده و دقت آن‌ها در پیش‌بینی با استفاده از مدل‌های MSE،

MAE و TIC مورد آزمون قرار گرفته و مدل‌های مناسب استخراج شد. بر اساس نتایج حاصل از مقایسه مدل‌های مختلف، مدل‌های با حافظه بلندمدت و مدل غیرممتقارن در مقابل مدل‌های متقارن و با حافظه کوتاه مدت نتایج بهتری را به دنبال دارند. بر اساس معیارهای لازم برای مقایسه ۸ مدل با توزیع‌های نرمال و t-student، برای انجام پیش‌بینی در دوره خارج از نمونه، در توزیع نرمال، مدل ARFIMA-FIGARCH بهترین مدل بوده و نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. در توزیع تی-استیودنت هم مدل ARFIMA-FIGARCH بهترین پیش‌بینی ممکن را بر اساس معیارهای استاندارد نشان می‌دهد. همچنین انجام مقایسه روی مدل‌های مختلف در تخمین VaR، نشان می‌دهد، با توجه به سطح معنی‌داری (ناحیه بحرانی) متفاوت، مدل‌های مختلف عملکردهای متفاوتی بروز می‌دهند و همچنین مقایسه نتایج حاصل از توزیع نرمال و توزیع تی-استیودنت در تمام مدل‌ها، نشانگر برتری توزیع تی-استیودنت نسبت به نرمال است. در سطوح اطمینان کم‌تر (α بزرگ‌تر)، مدل‌های با حافظه کوتاه مدت مانند IGARCH و در سطوح اطمینان بیش‌تر (α کوچک‌تر)، مدل‌های غیرممتقارن و با حافظه بلندمدت نتایج بهتری در تخمین VaR دارند. تخمین‌ها نشان می‌دهند که تأثیر اخبار خوب و اخبار بد متقارن است.

فهرست منابع

- ۱- شاهمرادی اصغر، زنگنه محمد (۱۳۸۶)، محاسبه ارزش در معرض خطر برای شاخص‌های عمده بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش پارامتریک، تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۶، صص ۱۲۱-۱۴۹.
- ۲- فهرست رسمی ۵۰ شرکت فعال سازمان بورس اوراق بهادار، WWW.IRBOURSE.COM.
- ۳- کشاورز حداد غلامرضا و موسی اسمعیل‌زاده، ۱۳۸۶، "طراحی مدلی برای پیش‌بینی تلاطم در بازدهی سهام شرکت سیمان تهران در بورس سهام تهران"، مجله تحقیقات اقتصادی، در شرف انتشار.
- ۴- لطفعلی، بابک (۱۳۸۵)، اندازه‌گیری ریسک بازار با ارزش در معرض خطر برای سبد سهام در بانک صنعت و معدن، دانشکده مدیریت و اقتصاد، پایان‌نامه کارشناسی ارشد

۵- مهرآرا، محسن. عبدلی، قهرمان. نقش اخبار خوب و بد در نوسانات بازدهی سهام در ایران، دانشگاه علامه طباطبائی، فصل‌نامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۲۶، ۱۳۸۵.

- 6- A Tutorial for GARCH 2.3, a Complete Ox Package for Estimating and Forecasting ARCH Models, Sebastien Laurent, Jean-Philippe Peters, April 26, 2002
- 7- Akgiray, V. 1989. Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts. *Journal of Business* 62:55-80.
- 8- Baillie, R.T., Bollerslev, T., Mikkelsen, H.O., 1996. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 74, 3-30.
- 9- Balaban, Ercan, Asil Bayar, and Robert Faff. 2002. Forecasting Stock Market Volatility: Evidence From Fourteen Countries. University of Edinburgh. Center for Financial Markets Research. Working Paper 02.04. October.
- 10- Bollerslev, T. (1986), Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31:307-327.
- 11- Caporin, M., 2002. FIGARCH models: stationarity, estimation methods and the identification problem. GRETA Working Paper no. 02.02.
- 12- Cathy W.S. Chena, Tiffany H.K. Yub, 2005, Long-term dependence with asymmetric conditional heteroscedasticity in stock returns, *Physica A* 353, 413-424.
- 13- Cheung, Y.-W., 1993. Tests for fractional integration: a Monte Carlo investigation. *Journal of Time Series Analysis* 14, 331-345.
- 14- Cheonga, Wen, Au Hassan Shaari Mohd Norb, Zaidi Isac, 2007, Asymmetry and long-memory volatility: Some empirical evidence using GARCH, *Physica A* 373, 651-664.
- 15- Chung, C. F., 1999. Estimating the fractionally integrated GARCH model. National Taiwan University Working Paper.
- 16- Ding, Z., C. W. J. Granger, and R. F. Engle, 1993, A long memory property of stock market returns and a new model, *Journal of Empirical Finance* 1, 83-106.
- 17- Engel, R., The Use of ARCH/GARCH Models in Applied, *Journal of Economic Perspectives*, Volume 15, Number 4, Fall 2001- Pages 157-168.
- 18- Geetesh Bhardwaj, Norman R. Swanson, 2006, An empirical investigation of the usefulness of ARFIMA models for predicting macroeconomic and financial time series, *Journal of Econometrics* 131 (2006) 539-578.

- 19- Giot, P., Laurent, S., 2003. Value-at-risk for long and short trading positions. *Journal of Applied Economics* 18, 641–664.
- 20- Granger, C. W. J., R. Joyeux, 1980. An introduction to long memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis* 1, 15-29.
- 21- Grau, T.M.N., 2002. Modelling daily value-at-risk using FIGARCH type models, University of Alicante working paper.
- 22- Hongyu Pan, Z.zhang, 2006.
- 23- Huang, Y.C., Lin, B.J., 2004. Value-at-risk analysis for Taiwan stock index futures: fat tail and conditional asymmetries in return innovations. *Review of Quantitative Finance and Accounting* 22, 79–95.
- 24- Manganelli, S. and R. Engel (2001): “Value at Risk Models in Finance”, working paper, European Central Bank, No. 75.
- 25- Mike,P.S, Yu,P., ”Emperical analysis of GARCH models in value at risk estimation”(2006), *Journal of International Financial Markets, Institutions& Money* 16:180-197.
- 26- Mincer, J., V. Zarnowitz, 1969. The evaluation of economic forecasts. *Economic Forecasts and Expectations*, (New York:National Bureau of Economic Research).
- 27- Patrick Burns, 2002, The Quality of Value at Risk via Univariate GARCH, Burns Statistics working paper. <http://www.burns-stat.com>
- 28- Ping-Tsung Wu a, Shwu-Jane Shieh, 2007, Value-at-Risk analysis for long-term interest rate futures:Fat-tail and long memory in return innovations, *Journal of Empirical Finance* 14 (2007) 248–259.
- 29- Polasek, W., M.Pojarliev, VaR Evaluations Based on volatility forecasts of GARCH model,2002.
- 30- R. Tagliafichi, 2004, the estimation of Market VaR using GARCH models and a heavy tail distributions,
- 31- R.T. Baillie, C.F. Chung, M.A. Tieslau, 1996, Analyzing in action by the fractionally integrated ARFIMA–GARCH model, *Journal of Applied Econometrics*, 11 (1996) 23–40.
- 32- S. Ling, W.K. Li, 1997, on fractionally integrated autoregressive moving-average time series models with conditional heteroscedasticity, *Journal of American Statistic Association*. 92 (1997) 1184–1194.
- 33- Shiuyan Pong a. etal, 2004, Forecasting currency volatility: A comparison of implied volatilities and AR(FI)MA models, *Journal of Banking & Finance* 28 (2004) 2541–2563.
- 34- Shiuyan Pong a. etal, 2004, Forecasting currency volatility: A comparison of implied volatilities and AR(FI)MA models, *Journal of Banking & Finance* 28 (2004) 2541–2563.

- 35- Thomas Luxa, Taisei Kaizoji, 2007, Forecasting volatility and volume in the Tokyo Stock Market: Long memory, fractality and regime switching, *Journal of Economic Dynamics & Control* 31 (2007) 1808–1843.
- 36- Trino-Manuel Níguez, 2003, Volatility and VaR forecasting for the – IBEX3 stock-return index using FIGARCH-type process and different evaluation criteria, IVIE working papers.
- 37- Tsay, R. (2005): *Analysis of financial time series*, 2th edition, John Wiley & Sons Inc. pp: 287-464.
- 38- William, Fallon, 1996, *Calculating Value at Risk*, working Paper, The Wharton Financial Institution Center, university of Pennsylvania.

